2. KOMBINATORIKA

2.1 Variace a permutace

(1) Máme prvky a, b, c. Utvořte všechny variace a) 2. třídy,
b) 3. třídy.

Poznámka: Variace 2. třídy je tvořena 2 prvky, 3. třídy 3 prvky. Rozlišujeme variace bez opakování prvků a s opakováním prvků.

Definice: k-členná variace (bez opakování) z n prvků je uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou ($1 \leq k \leq n$); zapisujeme $V(k,n)$, ale i jinak, např. $V_k(n)$.

Požadované variace můžeme vytvořit podle tohoto schématu

a b c a poté záměnou pořadí prvků

a) $\boxed{a,b\ ;\ b,a\ ;\ a,c\ ;\ c,a\ ;\ b,c\ ;\ c,b}$ ... 6 variací

Pro určení počtu těchto variací lze užít

1) Vzorec I: $V(k;n) = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\dots\underbrace{(n-k+1)}_{(3-2+1)}$

$V(2;3) = 3\cdot 2 = 6$

2) Vzorec II: $V(k;n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ ... $V(2;3) = \dfrac{3!}{1!} = \dfrac{3\cdot2\cdot1}{1} = 6$

3) Kalkulačku: $V(2;3) = \boxed{3}\ \boxed{\text{Shift}}\ \overset{nPr}{\boxed{nCr}}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{6}$ .. kalk. CASIO

b) $\boxed{a,b,c\ ;\ a,c,b;\ b,a,c,\ bca\ ;\ cab\ ;\ cba}$ ... také 6 variací

1) $V(3;3) = 3\cdot(3-1)\cdot(3-2)$ také $\underbrace{(3-3+1)}_{1}$

$V(3;3) = 3\cdot2\cdot1 = 6$

2) $V(3;3) = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!}$ na kalkulačce $= \frac{6}{1} = 6$

nebo $\boxed{3}\,\boxed{\text{Shift}}\,\boxed{\overset{nPr}{nCr}}\,\boxed{3} = \boxed{6}$

---

② Napište všechny variace druhé třídy s opakováním z prvků x, y, z.

$\boxed{x,x;\ x,y;\ y,x;\ y,y;\ x,z;\ z,x;\ z,z;\ y,z;\ z,y}$ … 9 var. s opak.

Pro určení počtu variací s opakováním lze užít vzorec:

$V'(k;n) = n^k$ … $V'(2;3) = 3^2 = 9$

---

③ Napište všechny variace 3. třídy z prvků a, b, c, d.

a,b,c	a,b,d	a,c,d	a,d,b	a,d,c	a,c,b
b,c,d	b,c,a	b,a,c	b a d	b,d,a	b,d,c
c,d,a	c,d,b	c,a,b	c,b,d	c,a,d	c,b,c
d,a,b	d,a,c	d,b,c	d,b,a	d,c,a	d,c,b

Protože jde o variace bez opakování, jejich počet určíme:

$V(3,4) = 4.3.2 = 24$

---

④ Kolik trikolór je možné sestavit ze čtyř barev. V každé trikoloře se nesmí barva opakovat ani jednou.

Jde o počet 3členných variací ze 4 prvků.

$\underbrace{V_3(4)}_{}$ $= 4.3.2 = \boxed{24 \text{ trikolór}}$

symbolika použitá ve sbírce.

---

⑤ V 1. ročníku OA se vyučuje 12 předmětů. Každý předmět se učí nejvýše 1 hodinu denně. Kolika způsoby se dá sestavit rozvrh hodin na 1 den, je-li v tomto dni 6 různých předmětů.

Do 1 dne lze zařadit 6 předmětů z 12 (žádný se nesmí opakovat). Jde tedy o 6předmětové variace z 12 předmětů.

$V_6(12) = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$

---

⑥ Kolik trojciferných čísel lze napsat pomocí číslic 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby se ani jedna číslice neopakovala?

$V_3(5) = 60 (5 \cdot 4 \cdot 3)$ … $\boxed{60 \text{ trojciferných přiroz. čísel}}$

---

⑦ Kolik různých dvojciferných a trojciferných čísel můžeme zapsat pomocí číslic 1, 2, 3, 5, 7, 9 tak, aby se číslice neopakovaly?

$V_2(6) + V_3(6) = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 4 = 30 + 120 = \boxed{150 \text{ čísel}}$

---

⑧ Kolik čtyřciferných čísel je možné napsat pomocí číslic 0, 1, 2, 3, 4, 6 s podmínkou, aby se číslice neopakovaly?

Všech 4ciferných čísel ze 6 číslic (včetně nuly) je

$$V_4(6) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

Z tohoto počtu však musíme vyjmout všechna 4ciferná čísla začínající nulou. Nulu z nich vypustíme, zbydou trojciferná čísla. Ta tvoříme jen z pěti číslic (bez nuly). Těchto čísel je

$$V_3(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$$

Tento počet odečteme od 360. Platí $360 - 60 = 300$

Výpočet lze provést stručně takto:

$V_4(6) - V_3(5) = 360 - 60 = \boxed{300 \text{ čísel}}$

---

a)

① Kolik pěticiferných čísel je možné napsat pomocí číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. b) Kolik z nich je dělitelných pěti? Číslice se neopakují.

<u>Odpověď na otázku a)</u>

Všech pěticif. čísel z 10 číslic (včetně nuly) je

$$V_5(10) = 30\,240 \text{ (viz výpočet na kalkulačce)}$$

Z tohoto počtu odečteme všechna 5ciferná čísla začínající nulou. Když z nich nulu vypustíme, zbudou 4ciferná čísla. Ta však tvoříme jen z 9 číslic (bez nuly). Těchto čísel je

$$V_4(9) = 3024$$

Všech pěticiferných čísel je tedy $30240 - 3024 = 27\,216$, což lze zapsat

$$V_5(10) - V_4(9) = 30240 - 3024 = 27216.$$

Všech pěticiferných (přirozených) čísel je $\boxed{27216}$.

<u>Odpověď na otázku b)</u>

Dělitelné bude mít číslo na konci 0, tak ji nemůže mít na začátku.

Počet všech 5ciferných končících nulou je $V_4(9) = 3024$

" " " " pětkou je také $V_4(9) = 3024$

" " " " nulou, nebo pětkou je $2 \cdot V_4(9)$

" " " , která nekončí 0 a nekončí pětkou se rovná počtu trojciferných čísel, která jsou tvořena jen z 8 číslic (bez 0 a 5) je $V_3(8) = 336$

Počet všech pěticif. čísel dělitelných pěti je tedy

$$2 \cdot V_4(9) - V_3(8) = 2 \cdot 3024 - 336 = \boxed{5\,712 \text{ čísel}}.$$

(10) Kolik a) sudých, b) lichých šesticiferných čísel je možné napsat pomocí číslic 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9? Číslice se neopakují.

$$\underbrace{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 8 \quad 9}_{\text{dohro 8 číslic}}$$

Sudé číslo z nich vytvořené končí na 0, 2, 8.
Liché " " " " " 1, 3, 5, 7, 9.

a) Všechna sudá 6ciferná čísla končící na 0 vytvoříme ze všech 5ciferných čísel tvořených ze 7 číslic (bez 0) přidáním 0. Když je 0 na konci čísla, nemůže být na jeho začátku. Jejich počet je

$$V_5(7) = 2520.$$

Počet všech sudých čísel končících na 2, je také $V_5(7)$.
" " " " " 8, " " $V_5(7)$.

Z počtu $V_5(7)+V_5(7)$ však v tomto případě musíme odečíst všechna čísla začínající nulou. Jejich počet se rovná počtu 4cif. čísel ze 6 číslic (bez 0 a 2, nebo bez 0 a 8). Tedy je

$$2 . V_4(6) = ?.$$

Počet všech sudých čísel je tedy

$$3V_5(7) - 2V_4(6) = 3.2520 - 2.360 = \boxed{6840 \text{ sudých čísel}}.$$

b) Obdobná úvaha platí i pro počet lichých čísel, končících na 5 daných číslic.

$$5V_5(7) - 5V_4(6) = 5.2520 - \underline{5}.360 = 10\,800 \text{ lichých čísel}$$

Poznámka: Ve výsledcích sbírky chybí pětka, kterou jsem ve vyšším řádku podtrhl.

(11) Kolik 4ciferných čísel dělitelných čtyřmi je možné napsat pomocí číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby se číslice neopakovaly?

$\underbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6}_{n=6}$ Čísla dělitelná čtyřmi, která lze vytvořit z daných číslic, jsou sudá a končí dvojčíslím $\underbrace{12, 16, 24, 32, 36, 52, 56, 64}$

8 možností (dvojčíslí 44 nelze použít)

$\underbrace{\Box\,\Box}$ 12 ⟶ Počet těchto 4ciferných čísel se rovná počtu 2 prvkových variací ze 4 číslic (kromě 1 a 2). ... $V_2(4)$

2 neznámé číslice kromě 1 a 2

$\Box\,\Box$ 16

$\Box\,\Box$ 24

$\Box\,\Box$ 32 Požadovaný počet $= 8 \cdot V_2(4) = 8 \cdot 12 =$ $\boxed{96 \text{ čísel}}$

$\Box\,\Box$ 36

$\Box\,\Box$ 52

$\Box\,\Box$ 56

$\Box\,\Box$ 64

---

(12) Kolik prvků je třeba, aby počet variací čtvrté třídy byl 20krát větší než počet variací druhé třídy?

$V_4(n) > V_2(n)$ ... 20krát

$V_4(n) = V_2(n) \cdot 20$

$\cancel{n \cdot (n-1)} \cdot (n-2) \cdot (n-3) = \cancel{n \cdot (n-1)} \cdot 20$

$(n-2) \cdot (n-3) = 20$

$n^2 - 2n - 3n + 6 = 20$

$n_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2} =$

$= \frac{5 \pm 9}{2} = \begin{cases} 7 \\ -1 \end{cases}$ (nevyhovuje, číslo −1 nevyjadřuje počet

Zkouška: $V_4(7) = 840$

$V_2(7) = 42$

$840 : 42 = 20$ (krát $\boxed{\text{Je třeba 7 prvků.}}$

---

(13) Z kolika prvků je možné vytvořit 90 variací 2. třídy?

$V_2(n) = 90$

$n\cdot(n-1) = 90$

$n^2 - n - 90 = 0$

$\rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+360}}{2} = \frac{1 \pm 19}{2} = \begin{cases} 10 \\ -9 \text{ (nevyhovuje)} \end{cases}$

$\boxed{\text{Je třeba 10 prvků.}}$

---

(14) Zvětšíme-li počet prvků o 2, zvětší se počet variací 2. třídy a) o 82, b) o 62. Kolik je prvků?

Řešení: $V_2(n) < V_2(n+2)$ ... o 82 prvků ... o 62

a) $V_2(n) + 82 = V_2(n+2)$

$n\cdot(n-1) + 82 = (n+2)\cdot(n+2-1)$

$n(n-1) + 82 = (n+2)\cdot(n+1)$

$\cancel{n^2} - n + 82 = \cancel{n^2} + 2n + n + 2$

$-n + 82 = 3n + 2$

$4n = 80$

$\boxed{n = 20 \text{ (prvků)}}$

b) $V_2(n) + 62 = V_2(n+2)$

$n\cdot(n-1) + 62 = (n+2)\cdot(n+2-1)$

$n(n-1) + 62 = (n+2)\cdot(n+1)$

$\cancel{n^2} - n + 62 = \cancel{n^2} + 3n + 2$

$4n = 60$

$\boxed{n = 15 \text{ (prvků)}}$

---

(15) Kolik máme prvků, jestliže počet variací 3. třídy z nich vytvořených je 10krát větší než počet variací 2. třídy?

$V_3(n) > V_2(n)$ ... 10krát

$V_3(n) = 10\cdot V_2(n)$

$\cancel{n\cdot(n-1)}\cdot(n-2) = 10\cdot \cancel{n(n-1)}$ $\rightarrow$ $n - 2 = 10$

$\boxed{n = 12 \text{ (prvků)}}$

---

(16) Z kolika prvků vznikne 2401 variací 4. třídy s opakováním?

$V'_k(n) = n^k$ ... nebo $V'(k,n) = n^k$ je počet variací s opakováním

$\underbrace{V'_4(n)}_{2401} = n^4$

$2401 = n^4$ $\rightarrow$ $n = \sqrt[4]{2401}$

$n = 7$

Na kalk. CASIO:

$\boxed{4}\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{\wedge}\ \boxed{2401}\ \boxed{=}$

$\boxed{\text{Je 7 prvků}}$

(17) Kolik permutací lze vytvořit a) z 8 prvků,
b) z 15 prvků?

Definice: Permutace z n prvků je n-členná variace z těchto prvků (jde o per. bez opakování).

Pro počet permutací platí: $P(n) = n!$ ... „en faktoriál".

a) $P(8) = 8! = 8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = \boxed{40\,320}$

Na kalk. CASIO : 8 Shift $\boxed{x^{-1}}$ $\boxed{=}$ ($x!$)

b) $P(15) = 15! \doteq \boxed{1{,}307\,674\,368\ldots \cdot 10^{12}}$

(18) Jsou-li napsány všechny permutace prvků 1, 2, 3, 4 ve sloupci, jaký je součet číslic, které stojí pod sebou? Číslice se neopakují.

Počet permutací ze 4 prvků je $P(4) = 4! = 24$. Součet čísel v jedné permutaci je všude $1+2+3+4=10$. Součet všech je $24\cdot10 = \boxed{240}$

(Ve výsledcích je uvedeno chybně 60. To by vzniklo: $3!\cdot10 = 6\cdot10 = 60$, a to je špatně.

(19) Z kolika prvků je možné vytvořit 5040 permutací?

Platí: $P(n) = 5040$

$n! = 5040 \Rightarrow$ Číslo 5040 musí být dělitelné číslem $n!$

Musíme si zjistit čísla $n!$, která jsou děliteli 5040 a jsou největší (menší však než číslo 5040 nebo rovna tomuto číslu).

$1! = 1$ $2! = 2$ $3! = 6$ $4! = 24$ $5! = 120$ $6! = 720$

$7! = 5040$

$P(n) = P(7) = 5040$ $\boxed{\text{Ze 7 prvků.}}$

(20) Zvětší-li se počet prvků o 2, zvětší se počet permutací 90krát. Kolik je prvků?

$P(n+2) > P(n)$ … 90krát

$P(n+2) = P(n) \cdot 90$

$(n+2)! = n! \cdot 90$ Levý výraz upravíme tak, aby končil $n!$

$(n+2)\cdot(n+1)\cdot\cancel{n!} = \cancel{n!}\cdot 90 \quad |:n!$

$(n+2)\cdot(n+1) = 90$

$n^2 + 3n + 2 = 90$

$n^2 + 3n - 88 = 0$

$n_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+352}}{2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{361}}{2} = \dfrac{-3 \pm 19}{2}$ ⟨ $\boxed{8 \text{ prvků}}$, -11 (nevyhovuje)

---

(21) Kolik 5ciferných čísel můžeme sestavit tak, aby se každé číslo skládalo z různých číslic 0, 1, 2, 3, 4?

Počet všech čísel včetně čísel začínajících 0 je $5! = 120$.

" " " , které nezačínají nulou je $4! = 24$.

$5! - 4! = 120 - 24 = \boxed{96 \text{ čísel}}$

---

(22) Vypočítejte a) $\dfrac{12!}{4!\cdot 3!\cdot 2!}$ b) $\dfrac{17!\ 13!}{15!\ 12!}$

Řeš na kalkulačce: $\boxed{\text{a) } 1\,663\,200}$ $\boxed{\text{b) } 3\,536}$

---

(23) Zjednodušte:

a) $\dfrac{(n+3)!}{(n+1)!} = \dfrac{(n+3)\cdot(n+2)\cdot\cancel{(n+1)!}}{\cancel{(n+1)!}} = (n+3)\cdot(n+2) = \boxed{n^2 + 5n + 6}$

b) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!} = \dfrac{(n+1)\cdot n\cdot\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = (n+1)\cdot n = \boxed{n^2 + n}$

c) $\dfrac{(n-1)!}{(n-3)!} = \dfrac{(n-1)\cdot(n-2)\cdot\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = (n-1)\cdot(n-2) = \boxed{n^2-3n+2}$

---

d) $\dfrac{(n-2)!}{n!} = \dfrac{\cancel{(n-2)!}}{n\cdot(n-1)\cdot\cancel{(n-2)!}} = \boxed{\dfrac{1}{n(n-1)}} = \boxed{\dfrac{1}{n^2-n}}$

---

e) $\dfrac{(n-5)!}{(n-3)!} = \dfrac{\cancel{(n-5)!}}{(n-3)\cdot(n-4)\cdot\cancel{(n-5)!}} = \dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-4)} = \boxed{\dfrac{1}{n^2-7n+12}}$

---

f) $\dfrac{(n-4)!}{(n-1)!} = \dfrac{\cancel{(n-4)!}}{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\cancel{(n-4)!}} = \boxed{\dfrac{1}{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)}}$

---

(24) Zjednodušte:

a) $\dfrac{n^2-9}{(n+3)!} + \dfrac{6}{(n+2)!} - \dfrac{1}{(n+1)!} = \dfrac{\cancel{(n+3)}\cdot(n-3)}{\cancel{(n+3)}\cdot(n+2)\cdot(n+1)!} + \dfrac{6}{(n+2)\cdot(n+1)!} - \dfrac{1}{(n+1)!} =$

$\dfrac{(n-3)}{(n+2)\cdot(n+1)!} + \dfrac{6}{(n+2)\cdot(n+1)!} - \dfrac{1}{(n+1)!} =$

$= \dfrac{n-3+6-(n+2)\cdot 1}{(n+2)\cdot\underbrace{(n+1)}!} = \dfrac{\cancel{n}-3+6-\cancel{n}-2}{(n+2)!} = \boxed{\dfrac{1}{(n+2)!}}$

Lze vynechat a přemístit dopředu, hodnota výrazu se nezmění, neboť $\underbrace{4.3!}_{24} = \underbrace{4!}_{24}$.

---

b) $\dfrac{(n+1)!}{n!} - \dfrac{n!}{(n-1)!} = \dfrac{(n+1)\cdot\cancel{n!}}{\cancel{n!}} - \dfrac{n\cdot\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = \dfrac{n+1}{1} - n = n+1-n = \boxed{1}$

---

c) $\dfrac{1}{n!} - \dfrac{3}{(n+1)!} - \dfrac{n^2-4}{(n+2)!} = \dfrac{1}{n!} - \dfrac{3}{(n+1)!} - \dfrac{(n+2)\cdot(n-2)}{(n+2)\cdot(n+1)!} =$

$\dfrac{1}{n!} - \dfrac{3}{(n+1)!} - \dfrac{n-2}{(n+1)!} = \dfrac{(n+1)!-3n!-(n-2)\cdot n!}{n!\,(n+1)!} =$

$\dfrac{(n+1)\cdot n!-3n!-(n-2)\cdot n!}{n!\,(n+1)!} = \dfrac{[(n+1)-3-(n-2)]\cancel{n!}}{\cancel{n!}\,(n+1)!} =$

$$= \frac{\cancel{n}+1-3-\cancel{n}+2}{(n+1)!} = \frac{0}{(n+1)!} = \boxed{0}$$

d) $$\frac{1}{(n-1)!} - \frac{n^2-n-2}{(n+1)!} =$$

$$n^2-n-2=0$$

$$n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$= \frac{1}{(n-1)!} - \frac{(n-2)\cdot(n+1)}{(n+1)!} = \frac{1}{(n-1)!} - \frac{(n-2)\cdot\cancel{(n+1)}}{\cancel{(n+1)}\cdot n!} = \frac{1}{(n-1)!} - \frac{n-2}{n!} =$$

$$= \frac{n! - (n-2)\cdot(n-1)!}{n!\,(n-1)!} = \frac{n\cdot(n-1)! - (n-2)\cdot(n-1)!}{n!\cdot(n-1)!} = \frac{\cancel{(n-1)!}\,[n-(n-2)]}{n!\,\cancel{(n-1)!}} =$$

$$= \frac{n-n+2}{n!} = \boxed{\frac{2}{n!}}$$

e) $$\frac{(n+2)!}{n!} - 2\cdot\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - \frac{n!}{(n-2)!} =$$

$$= \frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot\cancel{n!}}{\cancel{n!}} - 2\cdot\frac{(n+1)\cdot n\cdot\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} + \frac{n\cdot(n-1)\cdot\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} =$$

$$(n+2)\cdot(n+1) - 2\,(n+1)\cdot n + n\,(n-1) =$$

$$= n^2+3n+2-2n^2-2n+n^2-n = \boxed{2}$$

f) $$\frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n-1)!} =$$ najnáročnejší

$$= \frac{n!\,(n-1)! - (n+1)!\,(n-1)! - n!\,(n+1)!}{n!\,(n-1)!\,(n+1)!} =$$

$$= \frac{n!\,(n-1)! - (n+1)\cdot n!\,(n-1)! - n\,(n-1)!\,(n+1)\cdot n!}{n!\,(n-1)!\,(n+1)!} =$$

$$= \frac{\cancel{n!\,(n-1)!}\cdot[1-(n+1)-n\,(n+1)]}{n!\,\cancel{(n-1)!}\,(n+1)!} = \frac{1-n-1-n^2-n}{(n+1)!} =$$

$$= \frac{-n^2-2n}{(n+1)!} = \boxed{\frac{-n\,(n+2)}{(n+1)!}}$$

25 Dokažte:

a) $\underbrace{(n+1)!-n!}_{L} = \underbrace{n.n!}_{P}$

$L = (n+1)! - n! = (n+1).n! - n! = n!\left[(n+1)-1\right] = n!\,n = n\,n!$

$P = n.n!$ $\quad L = P$ $\quad$ Rovnost uvedená platí!

b) $\underbrace{n! + n^2(n-1)!}_{L} = \underbrace{(n+1)!}_{P}$

$L = n! + n^2(n-1)! = n\,\underline{(n-1)!} + n^2\,\underline{(n-1)!} = (n-1)!\,(n+n^2) =$

$= (n-1)!\,.\,n(n+1)$ ... po záměně činitelů dostaneme

$(n+1).\underbrace{n.(n-1)!}$, což se rovná $(n+1)!$

$P = (n+1)!$ $\quad L = P$ $\quad$ Rovnost platí.

26 Určete všechna n, pro která platí:

a) $\dfrac{(n+7)!}{(n+5)!} - 14n = 44$

$\dfrac{(n+7).(n+6).\cancel{(n+5)!}}{\cancel{(n+5)!}} - 14n = 44$

$(n+7)\cdot(n+6) - 14n = 44$

$n^2 + 7n + 6n + 42 - 14n = 44$

$n^2 - n - 2 = 0$

$n_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \dfrac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \text{ (nevyhovuje)} \end{cases}$

Výsledek: Platí pro $n = 2$.

Zkouška: $L = \dfrac{(2+7)!}{(2+5)!} - 14.2 = \dfrac{9!}{7!} - 28 = 72 - 28 = 44$; $P = 44$; $L = P$

b) $\dfrac{(n+6)!}{(n+4)!} - n^2 - 16n = 28$

$\dfrac{(n+6).(n+5).\cancel{(n+4)!}}{\cancel{(n+4)!}} - n^2 - 16n = 28$

$(n+6).(n+5) - n^2 - 16n = 28$

$n^2 + 11n + 30 - n^2 - 16n = 28$

$-5n = -2$

$n = \dfrac{2}{5}$ $\quad n \notin N$, proto

dané rovnici nevyhovuje žádné přirozené číslo n.

c) $2 \cdot \frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 9n = -3$

$2 \cdot \frac{(n+1) \cdot n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} - 9n = -3$

$2 \cdot (n^2+n) - 9n = -3$

$2n^2 + 2n - 9n = -3$

$2n^2 - 7n + 3 = 0$

$n_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{cases} 3 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$; $\frac{1}{2} \notin N$ nevyhovuje

Zkouška:

$L = 2 \cdot \frac{4!}{2!} - 9 \cdot 3 = 12 \cdot 2 - 27 = -3$

$P = -3$; $L = P$

Platí pro $n = 3$.

KONEC ČLÁNKU 2.1