4.8 Hyperbole

① Napište rovnice hyperboly v osovém tvaru, je-li

a) $a=4,\ b=5$ b) $a=7,\ e=8$ c) $e=13,\ a+b=17$

<u>Řešení:</u> a) $\boxed{\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{25}=1}$ b) $b^2=e^2-a^2$

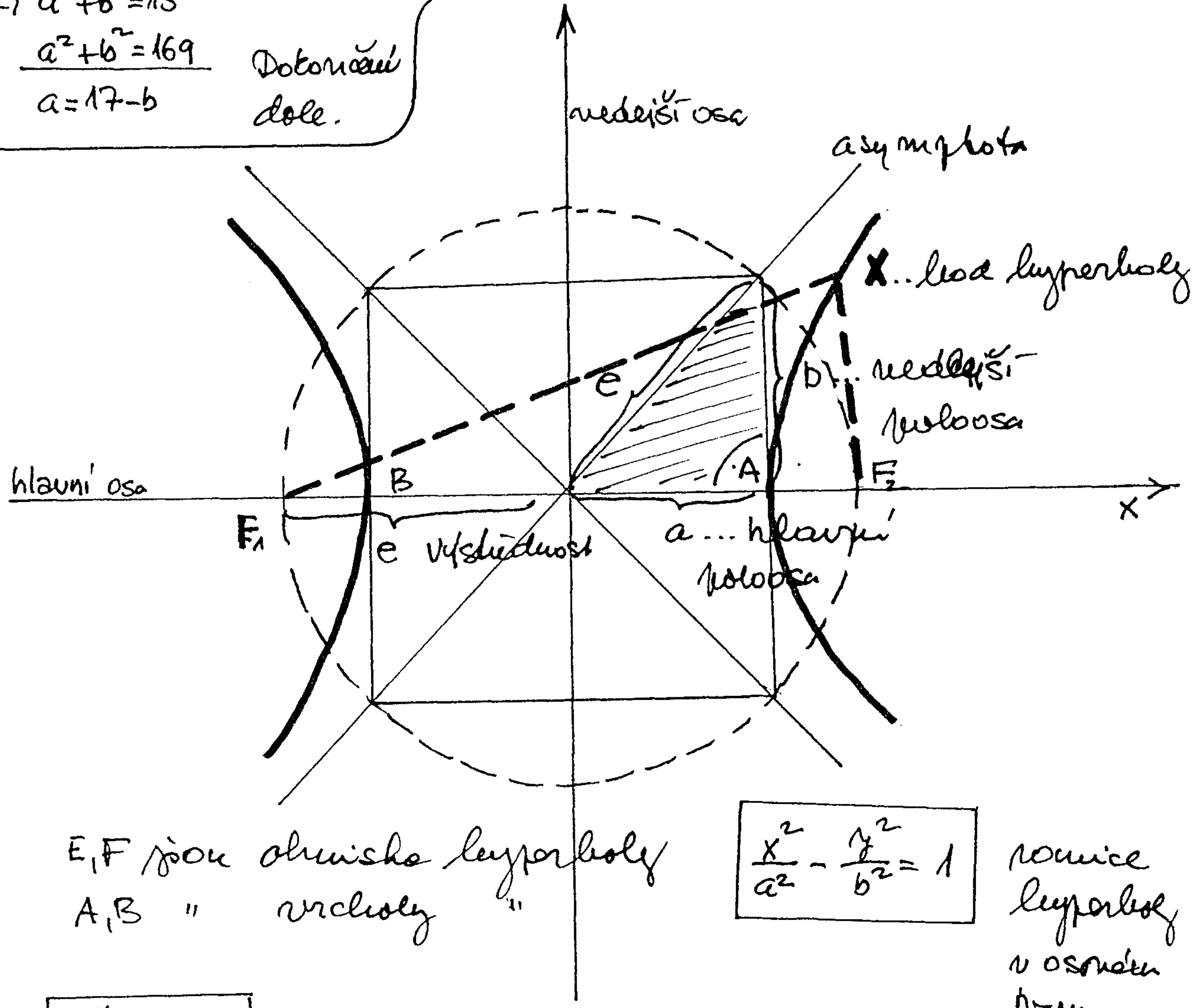
$b^2=64-49=15$ $\boxed{\dfrac{x^2}{49}-\dfrac{y^2}{15}=1}$

c) $a^2+b^2=13^2$

$a^2+b^2=169$

$a=17-b$

Dokončení dole.



E, F jsou ohniska hyperboly
A, B " vrcholy "

$\boxed{\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1}$ rovnice hyperboly v osovém tvaru

$\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=0\\ \hline \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0\end{array}}$ rovnice asymptot, jejich směrnice $\boxed{y=\pm\dfrac{b}{a}x}$

$(17-b)^2+b^2=169$

$289-34b+b^2+b^2=169$

$2b^2-34b+120=0 \quad |:2$

$b^2-17b+60=0$

$b_{1,2}=\dfrac{17\pm\sqrt{49}}{2}=\dfrac{17\pm7}{2}=\begin{cases} b_1=12 \\ b_2=5\end{cases}$ $\quad a_1=17-12=5$, $\quad a_2=17-5=12$

$\boxed{\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1}$ $\boxed{\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{144}=1}$

② K následujících hyperbol v osovém tvaru určete délky poloos, lin. excentricitu, souřadnice ohnisek a rovnice asymptot.

a) $9x^2-16y^2=144 \quad | \cdot \frac{1}{144}$

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

$a^2=16 \qquad b^2=9$

$\boxed{a=4} \qquad \boxed{b=3}$

$\boxed{F_1[-5;0]} \boxed{F_2[5;0]}$

$a^2+b^2=e^2$

$e^2=16+9$

$e^2=25$

$\boxed{e=5}$

$y=\pm\frac{b}{a}x$

$\boxed{y=\pm\frac{3}{4}x}$

b) $3x^2-y^2=9 \quad | \cdot \frac{1}{9}$

$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$

$\boxed{a=\sqrt{3}} \qquad \boxed{b=3}$

$e^2=(\sqrt{3})^2+9$

$e^2=3+9$

$e^2=12 \qquad e=2\cdot\sqrt{3}$

$\boxed{F_1[-2\cdot\sqrt{3};0]} \boxed{F_2=[2\sqrt{3};0]}$

$y=\pm\frac{b}{a}$

$y=\pm\frac{3}{\sqrt{3}}x$

$y=\pm\frac{3\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}x=\pm\frac{3\sqrt{3}}{3}x=\pm\sqrt{3}x$

$\boxed{y=\pm\sqrt{3}x}$

$\boxed{e=2\sqrt{3}}$

c) $2x^2-y^2=20 \quad | \cdot \frac{1}{20}$

$\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{20}=1$

$\boxed{a=\sqrt{10}} \qquad \boxed{b=\sqrt{20}}$

$e^2=10+20$

$e^2=30$

$\boxed{e=\sqrt{30}}$

$\boxed{F_1[-\sqrt{30};0]} \boxed{F_2[\sqrt{30};0]}$

$y=\pm\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}}x \dots y=\pm\sqrt{\frac{20}{10}}x$ $\boxed{y=\pm\sqrt{2}}$

d) $25x^2-144y^2=3600 \quad | \frac{1}{3600}$

$\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{25}=1$

$\boxed{a=12} \qquad \boxed{b=5}$

$e^2=144+25$

$e^2=169$

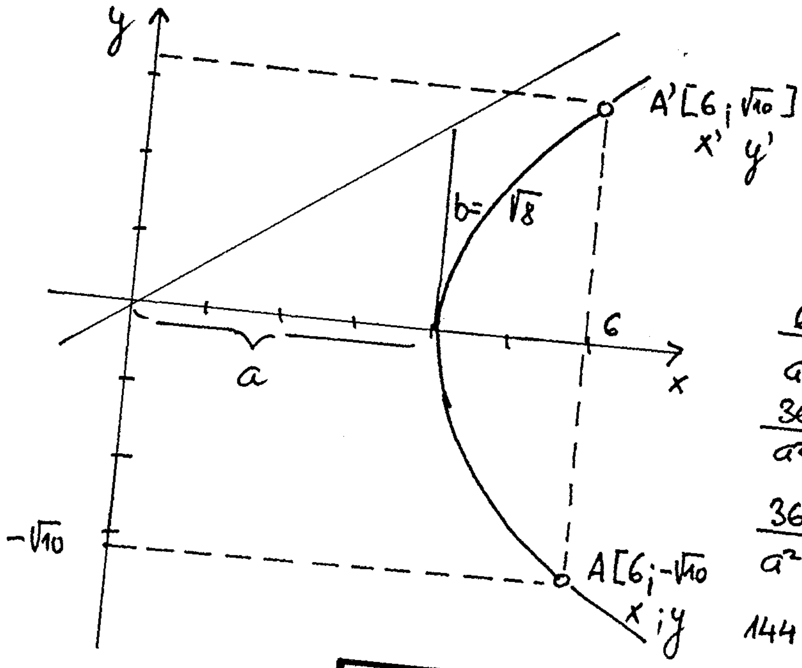
$\boxed{e=13}$

$F_1[-13;0],\ F_2[13;0]$

$y=\pm\frac{b}{a}x$

$\boxed{y=\pm\frac{5}{12}x}$

③ Napište rovnici hyperboly, která prochází bodem $A[6;-\sqrt{10}]$ a jejíž vedlejší poloosa $b=\sqrt{8}$.



Do rovnice

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ dosadí } A, b$$

$$\frac{6^2}{a^2}-\frac{(\sqrt{10})^2}{(\sqrt{8})^2}=1$$

$$\frac{36}{a^2}-\frac{10}{8}=1$$

$$\frac{36}{a^2}-\frac{5}{4}=1 \quad |\cdot 4a^2$$

$$144-5a^2=4a^2$$

$$9a^2=144 \ \dots \ a^2=16$$

$$a=4$$

$$\boxed{\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{8}=1}$$

④ Napište rovnici hyperboly, která prochází body:

a) $A[5;3]$, $B[8;-10]$

Pro A: $\frac{25}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1 \quad |\cdot a^2b^2$ Pro B: $\frac{64}{a^2}-\frac{100}{b^2}=1 \quad |\cdot a^2b^2$

$$25b^2-9a^2=a^2b^2 \quad |\cdot(-1)$$

$$64b^2-100a^2=a^2b^2$$

$$-25b^2+9a^2=-a^2b^2$$

$$39b^2-91a^2=0$$

$$39b^2=91a^2$$

$$\boxed{b^2=\frac{91a^2}{39}}$$

$$\frac{25}{a^2}-\frac{9}{\frac{91a^2}{39}}=1$$

$$\frac{25}{a^2}-\frac{351}{91a^2}=1 \quad |\cdot 91a^2$$

$$2275-351=91a^2$$

$$91a^2=1924$$

$$a^2=\frac{1924}{91}$$

$$b^2=\frac{91\cdot\frac{1924}{91}}{39} \ \dots \ b^2=\frac{1924}{39}$$

$$\frac{x^2}{\frac{1924}{91}}-\frac{y^2}{\frac{1924}{39}}=1$$

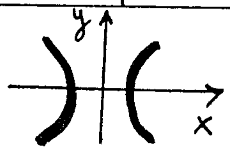
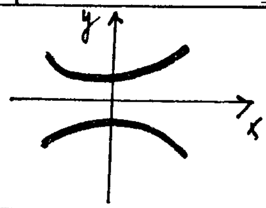
$$\frac{91x^2}{1924}-\frac{39y^2}{1924}=1$$

$$\frac{7x^2}{148}-\frac{3y^2}{148}=1 \quad |\cdot 148$$

$$\boxed{7x^2-3y^2=148}$$

b) A[2;-10], B[-5;11]

Uvádíme doplňkové poučení: Hyperbola se středem [0;0]

s hlavní osou x má tvar	s hlavní osou y má tvar
$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ 

Výsledek, který je ve sbírce, a sice $x^2-y^2=96$, není správný. Budeme proto A[2;-10], B[-5;11] dosazovat do rovnice hyperboly s hlavní osou y.

$$A: \frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$$

$$(*)\ \frac{100}{b^2}-\frac{4}{a^2}=1 \quad | a^2b^2 \qquad B: \frac{121}{b^2}-\frac{25}{a^2}=1 \quad | a^2b^2$$

$$100a^2-4b^2=a^2b^2 \quad | \cdot(-1) \qquad 121a^2-25b^2=a^2b^2$$

$$-100a^2+4b^2=-a^2b^2$$

$$21a^2-21b^2=0$$

$$a^2=b^2 \quad \text{dosaď do } (*)$$

$$\frac{100}{b^2}-\frac{4}{b^2}=1 \quad | \cdot b^2$$

$$100-4=b^2$$

$$b^2=96 \Rightarrow a^2=96 \qquad \frac{y^2}{96}-\frac{x^2}{96}=1 \quad | \cdot 96$$

$$\boxed{y^2-x^2=96}$$

Výsledek, který je ve sbírce, lze získat pouze pro body, u nichž zaměníme pořadí, a to tato:

A[-10;2], B[11;-5]

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$A \ldots \quad \frac{100}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1 \quad | \cdot a^2b^2$

$B \ldots \quad \frac{121}{a^2} - \frac{25}{b^2} = 1 \quad | \cdot a^2b^2$

$(*) \quad 100b^2 - 4a^2 = a^2b^2 \quad | \cdot (-1)$

$$\begin{aligned} 121b^2 - 25a^2 &= a^2b^2 \\ -100b^2 + 4a^2 &= -a^2b^2 \\ \hline 21b^2 - 21a^2 &= 0 \end{aligned}$$

$21b^2 = 21a^2 \quad | :21$

$\boxed{b^2 = a^2}$ dosadí do $(*)$

$\frac{100}{a^2} - \frac{4}{a^2} = 1 \quad | \cdot a^2$

$100 - 4 = a^2$

$\boxed{a^2 = 96} \Rightarrow \boxed{b^2 = 96}$

$\frac{x^2}{96} - \frac{y^2}{96} = 1 \Rightarrow \boxed{x^2 - y^2 = 96}$

---

5) Napište rovnici hyperboly, jejíž lineární excentricita je $e = \sqrt{13}$ a jejíž asymptota je $2x - 3y = 0$

$a^2 + b^2 = (\sqrt{13})^2$

$a^2 + b^2 = 13$

$a^2 = 13 - b^2$

$b^2 = 13 - a^2$

$b^2 = 13 - \left(\frac{3}{2}b\right)^2$

$b^2 = 13 - \frac{9}{4}b^2$

$\frac{13}{4}b^2 = 13 \quad | \cdot \frac{4}{13}$

$\boxed{b^2 = 4} \ldots a^2 = 13 - 4 \ldots \boxed{a^2 = 9}$

$2x - 3y = 0$

$3y = 2x$

$y = \boxed{\frac{2}{3}}x$

$\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \quad b = \frac{2}{3}a$

$2a = 3b$

$a = \frac{3}{2}b$

$$\boxed{\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1}$$

---

6) Určete vzájemnou polohu přímky a hyperboly.

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad | \cdot 144$

$3x + 2y - 1 = 0$

$2y = -3x + 1$

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

$9x^2 - 16 \cdot \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right)^2 - 144 = 0$

$9x^2-16\cdot\left(\frac{9}{4}x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}\right)-144=0$

$9x^2-36x^2+24x-4-144=0$

$-27x^2+24x-148=0 \quad |\cdot(-1)$

$27x^2-24x+148=0$

$D=\sqrt{24^2-4\cdot27\cdot148}=\sqrt{-15408}$

$D<0 \Rightarrow$ vnější přímka hyperboly

---

b) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{10}=1 \qquad 5x-y+11=0$

$y=5x+11$

$\frac{x^2}{4}-\frac{(5x+11)^2}{10}=1$

$\frac{x^2}{4}-\frac{25x^2+110x+121}{10}=1 \quad |\cdot20$

$5x^2-2(25x^2+110x+121)=20$

$5x^2-50x^2-220x-242-20=0$

$-45x^2-220x-262=0 \quad |\cdot(-1)$

$45x^2+220x+262=0$

$D=220^2-4\cdot45\cdot262$

$D=1240$

$1240>\Rightarrow$ Přímka je sečnou hyperboly.

---

c) $\frac{x^2}{90}-\frac{y^2}{36}=1 \qquad 2x+y-18=0$

$y=-2x+18$

$\frac{x^2}{90}-\frac{(-2x+18)^2}{36}=1$

$\frac{x^2}{90}-\frac{4x^2-72x+324}{36}=1 \quad |\cdot180$

$2x^2-5(4x^2-72x+324)=180$

$2x^2-20x^2-360x-1620-180=0$

$-18x^2-360x-1800=0 \quad |:(-18)$

$x^2+20x+100=0$

$D=20^2-4\cdot100=400-400=0$

$D=0 \Rightarrow$ Přímka je tečnou hyperboly.

---

d) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1 \qquad y=2x+3$

$\frac{x^2}{4}-4x^2-12x-9-1=0 \quad |\cdot4$

$x^2-16x^2-48x-40=0$

$-15x^2-48x-40=0 \quad |\cdot(-1)$

$15x+48x+40=0$

$D=48^2-60\cdot40=-96$

$D=-96$

$-96<0 \Rightarrow$ vnější přímka (neboť kv. rovnice nemá řešení).

---

7 Urči délku tětivy, kterou vytíná hyperbole na přímce : a) $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{36} = 1$ $\quad x - 5y = 0$

$$5y = x$$

$$y = \frac{x}{5}$$

$$\frac{x^2}{90} - \frac{\frac{x^2}{25}}{\frac{36}{1}} = 1$$

$$\frac{x^2}{90} - \frac{x^2}{900} = 1 \quad | \cdot 10$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{x^2}{90} = 10 \quad | \cdot 90$$

$$10x^2 - x^2 = 900$$

$$9x^2 = 900$$

$$x^2 = 100$$

$x_1 = 10$, $y_1 = \frac{10}{5} = 2$ $\quad A[10;2]$

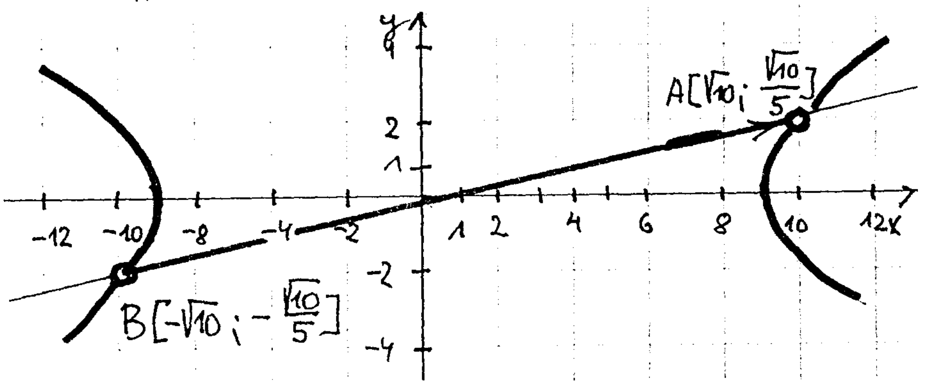
$x_2 = -10$, $y_2 = -\frac{10}{5} = -2$ $\quad B[-10;-2]$

$$\vec{u} = A - B = (10+10, 2+2) = (20;4)$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{u}| = \sqrt{20^2 + 4^2} = \sqrt{400+16} = \sqrt{416}$$

„Tětiva" je dlouhá $\boxed{\sqrt{416} \doteq 20{,}4}$, viz

obrázek v měřítku 1 : 2.



b) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$ $\quad 4x - 3y + 36 = 0$

$$3y = 4x + 36$$

$$y = \frac{4}{3}x + 12$$

$$\frac{x^2}{81} - \frac{\left(\frac{4}{3}x + 12\right)^2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{81} - \frac{\frac{16}{9}x^2 + 32x + 144}{36} = 1 \quad | \cdot 324$$

$$4x^2 - 9 \cdot \left(\frac{16}{9}x^2 + 32x + 144\right) = 324$$

$$4x^2 - 16x^2 - 288x - 1296 - 324 = 0$$

$$-12x^2 - 288x - 1620 = 0 \quad | : (-12)$$

$$x^2 + 24x + 135 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-24 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-24 \pm 6}{2} =$$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = -15 \\ y_1 = \frac{4}{3} \cdot (-15) + 12 = -8 \end{array}\right\} A[-15;-8]$

$\left.\begin{array}{l} x_2 = -9 \\ y_2 = \frac{4}{3} \cdot (-9) + 12 = 0 \end{array}\right\} B[-9;0]$

$$\vec{u} = A - B = (-15+9; -8-0) = (-6; -8)$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{u}| = \sqrt{36+64} \; \ldots \; |AB| = \sqrt{100} = \boxed{10}$$

⑧ Ukažte (lépe zdůvodněte), proč přímka $2x-3y+4=0$ s hyperbolou $4x^2-9y^2=36$ má jediný společný bod.

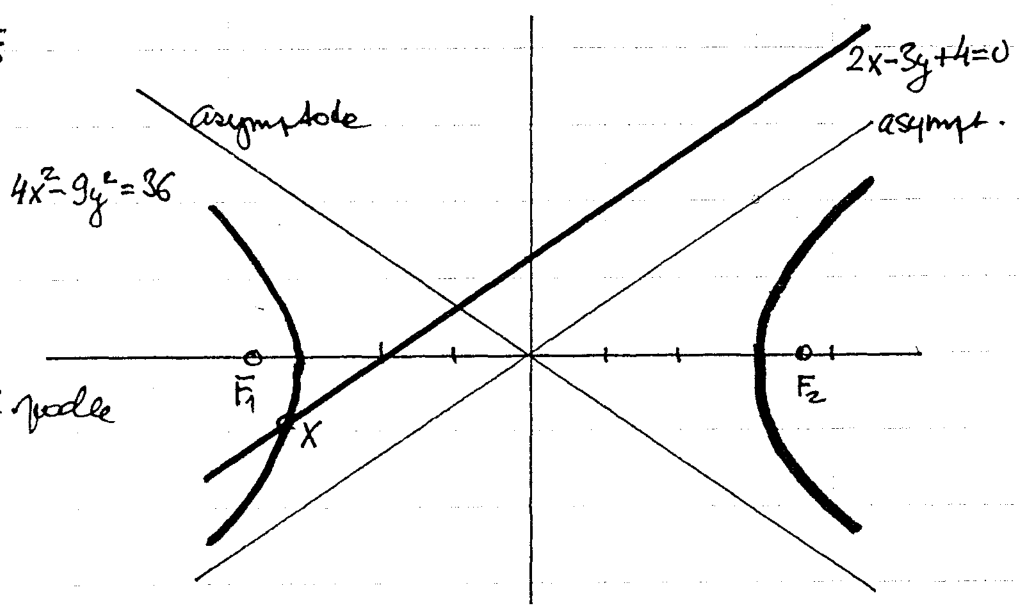
$4x^2-9y^2=36 \;|\cdot\frac{1}{36}$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

Z této rovnice hyperboly odvodíme rovnice jejich asymptot podle vzorce:

$y=\pm\frac{b}{a}x$

$y=\boxed{\pm\frac{2}{3}}x$



Přímka: $3y=2x+4$

$y=\boxed{\frac{2}{3}}x+4$

Asymptota a daná přímka mají stejné směrnice, jsou proto rovnoběžné a platí věta: Jestliže je daná přímka rovnoběžná s asymptotou hyperboly, pak protíná hyperbolu v jediném bodě (X ... viz obrázek).

---

⑨ Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejíž asymptoty jsou „souřadné" (splývají totožné) s osami souřadnic a která prochází bodem

a) $A[3;-1]$ b) $[-4;2]$

Řešení a):

$xy=k$

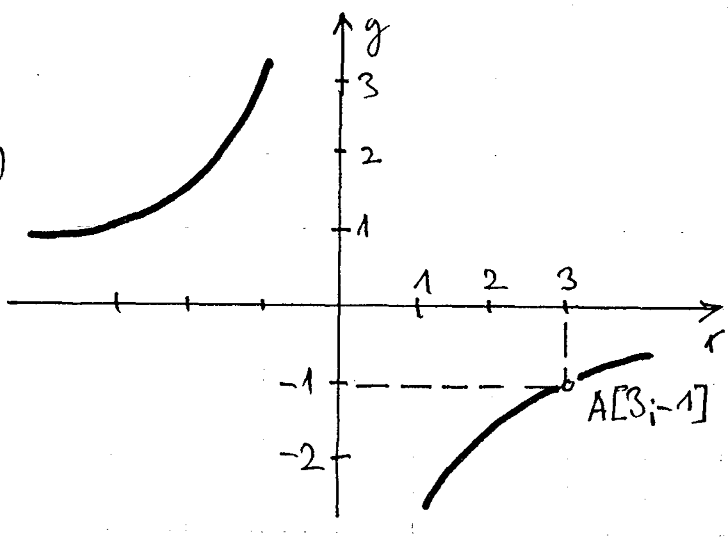
$3\cdot(-1)=k$

$k=-3$

$y=\frac{k}{x}$

$y=\frac{-3}{x}$

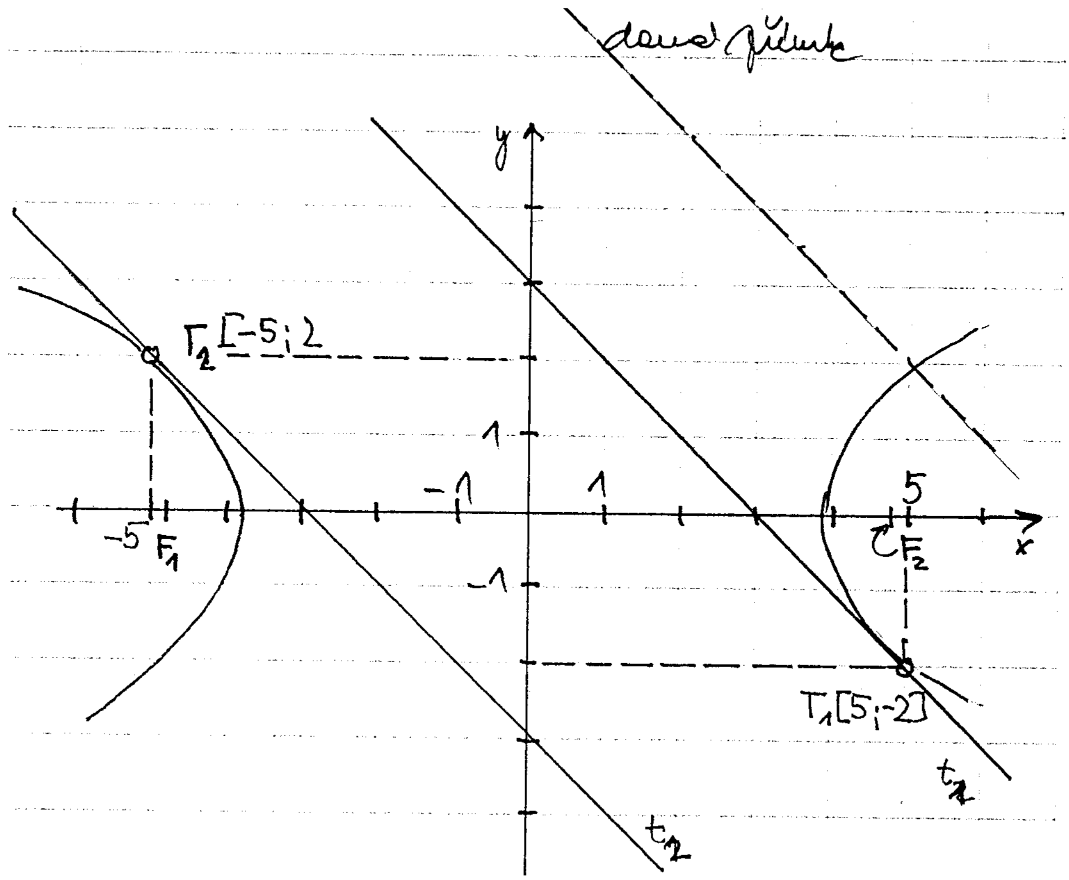
$\boxed{y=-\frac{3}{4}}$



Řešení b) $-4\cdot 2=k$ .. $k=-8$

$\boxed{y=-\frac{8}{x}}$

(10) K hyperbole $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{6}=1$ veďte tečnu rovnoběžnou s přímkou $y=-x+7$.



Tečna bude mít rovnici
$\underbrace{y=-x+q}$
dosadíme do rovnice hyperboly

$\frac{x^2}{15}-\frac{(-x+q)^2}{6}=1$

$\frac{x^2}{15}-\frac{x^2-2qx+q^2}{6}=1 \quad |\cdot 30$

$2x^2-5x^2+10qx-5q^2-30=0$

$-3x^2+10qx-5q^2-30=0 \quad |\cdot(-1)$

$\underset{a}{3x^2}\ \underset{b}{-10q}\,x\ \underset{c}{+5q^2+30}=0$

$D=b^2-4ac=100q^2-12(5q^2+30)=100q^2-60q^2-360=$
$=40q^2-360$

$D=0$

$40q^2-360=0$

$q^2=9 \dots q_{1,2}=\pm 3$ ⟨ $y=-x+3\ (t_1)$, $y=-x-3\ (t_2)$

Úloha má 2 řešení (nikoli jedno, jak uvádí chybně ~~sbírka~~ sbírka), a sice

$\boxed{t_1: y=-x+3 \qquad t_2: y=-x-3}$

Nyní určíme body dotyku tečen s hyperbolou.

$\frac{x^2}{15}-\frac{(-x+3)^2}{6}=1$

$\frac{x^2}{15}-\frac{x^2-6x+9}{6}=1 \quad |\cdot 30$

$2x^2-5x^2+30x-45-30=0$

po úpravě $x^2-10x+25=0$

$x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{10}{2}=5 \dots x_1=5$

$y_1=-5+3=-2 \qquad T_1[5;-2]$

$$\frac{x^2}{15} - \frac{(-x-3)^2}{6} = 1$$

$$\frac{x^2}{15} - \frac{x^2+6x+9}{6} = 1 \quad |\cdot 30$$

$$2x^2 - 5x^2 - 30x - 45 - 30 = 0$$

$$-3x^2 - 30x - 75 = 0 \quad |:(-3)$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2} = -\frac{10}{2} = -5 \quad \dots x_2 = -5$$

$$y_2 = -(-5) - 3 = 5 - 3 = 2$$

$$T_2[-5;2]$$

(11) Určete číslo c tak, aby přímka $2x + y + c = 0$ byla tečnou hyperboly $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$

$$y = -2x - c$$

$$\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$$

$$\frac{x^2}{15} - \frac{(-2x-c)^2}{6} = 1$$

$$\frac{x^2}{15} - \frac{4x^2+4cx+c^2}{6} = 1 \quad |\cdot 30$$

$$2x^2 - 20x^2 - 20cx - 5c^2 - 30 = 0 \quad |\cdot(-1)$$

$$\underbrace{18}_{a}x^2 \underbrace{+20c}_{b}x \underbrace{+5c^2+30}_{c} = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 400c^2 - 72(5c^2+30) = 400c^2 - 360c^2 - 2160$$

$$40c^2 - 2160 = 0 \quad |:40$$

$$c^2 = 54$$

$$\boxed{c_{1,2} = \pm\sqrt{54}}$$

*(12) Najděte osovou rovnici hyperboly, která má excentricitu $e = 5$ a tečnu $15x - 16y - 36 = 0$.

Příklad lze řešit obdobným postupem, jaký je uveden u př. 14 v článku o elipse ...

$e = 5$

$a^2 + b^2 = e^2 \dots a^2 + b^2 = 25$

$b^2 = 25 - a^2$

$16y = 15x - 36$

$y = \frac{15}{16}x - \frac{9}{4}$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{\left(\frac{15}{16}x - \frac{9}{4}\right)^2}{25 - a^2} = 1$ atd.

Je to však zbytečné, neboť víme-li, že $e = 5$, tak existuje jediná trojice pythagorejských čísel $(3,4,5)$ tak, že

$\Rightarrow a^2 + b^2 = e^2 \quad a^2 + b^2 = 16 + 9 \dots$ Rovnice hyperboly je

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad |\cdot 144 \quad \dots \boxed{9x^2 - 16y^2 = 144}$ a to je výsledek uvedený ve sbírce.

* (13) Najděte osovou rovnici hyperboly, která prochází bodem $A[\sqrt{6};3]$ a dotýká se přímky $9x+2y-15=0$

$2y=-9x+15$

$y=-\frac{9}{2}x+\frac{15}{2}$

$\boxed{y=-4{,}5x+7{,}5}$

$A[\sqrt{6};3]$ do hyperboly:

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{(\sqrt{6})^2}{a^2}-\frac{3^2}{b^2}=1$

$\frac{6}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1 \quad |\cdot a^2b^2$

$6b^2-9a^2=a^2b^2$

$6b^2-a^2b^2=9a^2$

$b^2(6-a^2)=9a^2$

$\boxed{b^2=\frac{9a^2}{6-a^2}}$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{(-4{,}5x+7{,}5)^2}{\frac{9a^2}{6-a^2}}=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{(6-a^2)\cdot(20{,}25x^2-67{,}5x+56{,}25)}{9a^2}=1 \quad |\cdot 9a^2$$

$$9x^2-(6-a^2)\cdot(20{,}25x^2-67{,}5x+56{,}25)=9a^2$$ atd.

Pak se určí diskriminant, položí se rovna nule atd. Je to časově náročné, další výpočet nedělám. Mělo by vyjít:

$\boxed{9x^2-y^2=45} \vee \boxed{27x^2-8y^2=90}$

---

* (14) Na hyperbole $16x^2-9y^2=144$ najděte bod, jehož vzdálenost od ohniska je 7.

Řešení (viz obr. na str. 12).

$16x^2-9y^2=144 \quad |\cdot\frac{1}{144}$

$\frac{x}{9}-\frac{y^2}{16}=1 \Rightarrow a=3,\ b=4,\ e=5 \quad F_1[5;0]$. Hledané body budou průsečíky kružnice (k_1,k_2) s hyperbolou. Středová rovnice kružnice má obecný tvar $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$. Tato kružnice má střed $F_1(F_2)$ .. $F_1=S[m;n]$.. $S[5;0]$ a poloměr $r=7$.

kružnice: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$

$(x-5)^2+(y-0)^2=7^2$

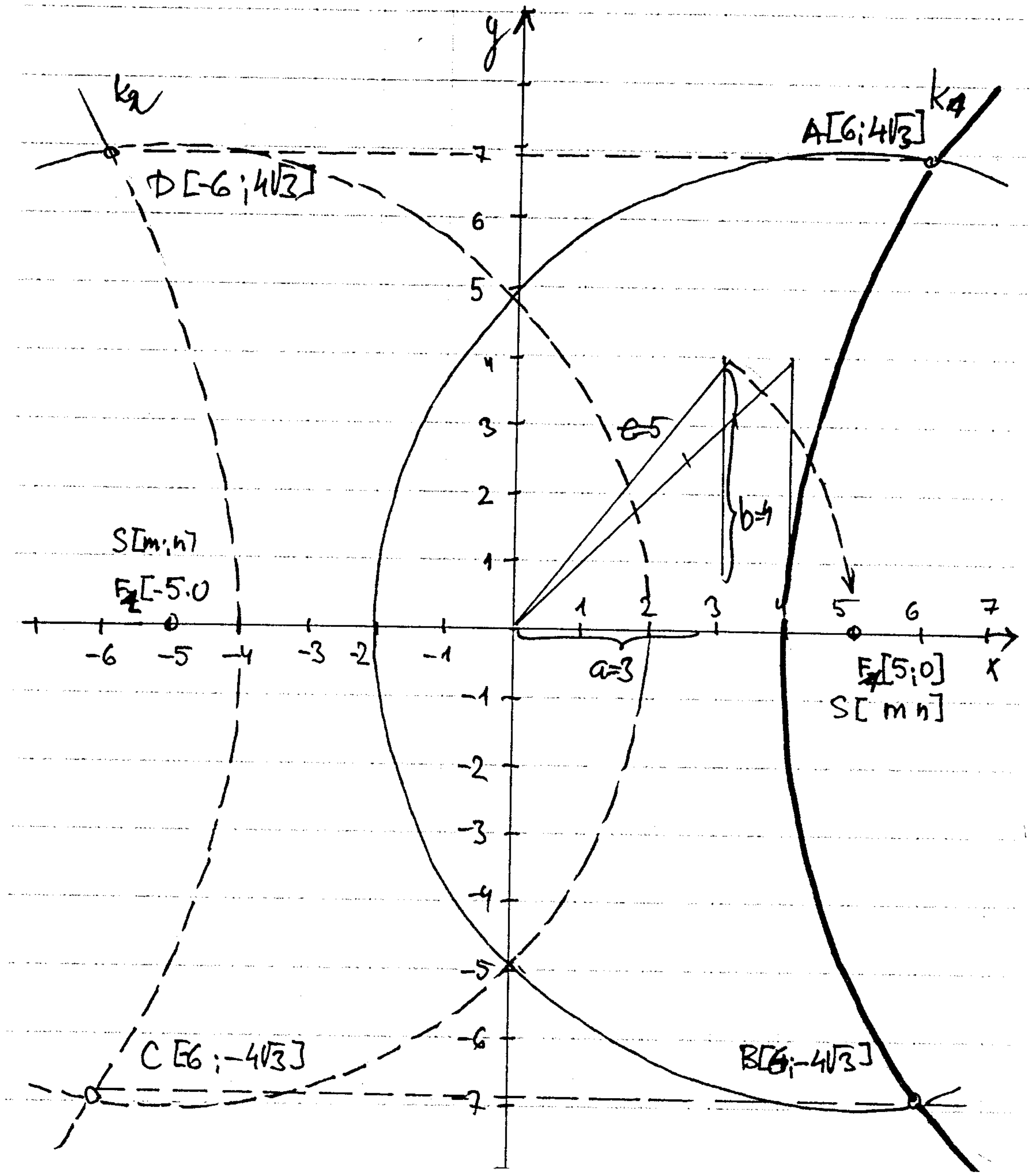
$x^2-10x+25+y^2=49$

Bod $A[x;y]$ je též bodem hyp.

$9y^2=16x^2-144$

$y^2=\frac{16}{9}x^2-16$

dosadíme



$x^2-10x-24+\frac{16}{9}x^2-16=0$

$x^2-10x-40+\frac{16}{9}x^2=0$

$\frac{25}{9}x^2-10x-40=0 \;|\cdot 9$

$25x^2-90x-360=0$

$x_{1,2}=\frac{90\pm\sqrt{44100}}{50}$

$x_{1,2}=\frac{90\pm 210}{50}$

$x_1=6$; $y_1^2=\frac{16}{9}\cdot 36-16=48 \dots y_1=\sqrt{48}=\pm 4\cdot\sqrt{3}$

$x_2=-\frac{12}{5}$ nevyhovuje, nedostaneme bod hyp.

Vzhledem k osové souměrnosti hyperboly má úloha 4 řešení (2 pro F_1 a 2 pro F_2)

A[6;4.√3]	C[-6;-4√3]
B[6;-4.√3	D[-6;4√3]

KONEC ČLÁNKU 4.8