4.3 Rovnice přímky

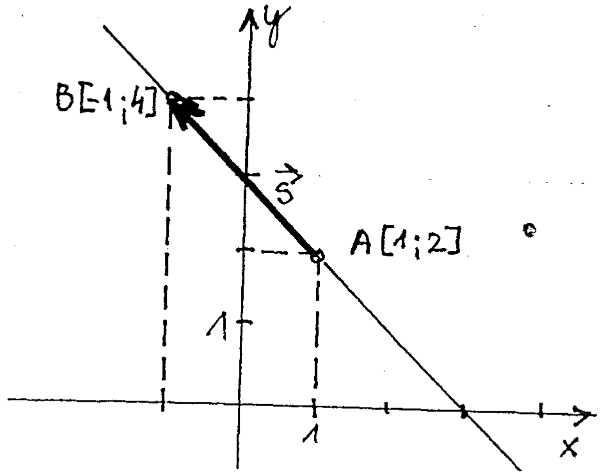
① Určete směrový vektor $\vec{s}$ přímky určené body:

a) A[1;2], B[-1;4]

$\vec{s} = B - A = (-1-1; 4-2) = (-2; 2)$

a jakýkoli t-násobek tohoto vektoru, kde $t \neq 0$.

$\boxed{\vec{s} = (-2t; 2t); t \neq 0}$



b) C[3;-5], D[-1;7]

$\vec{s} = D - C = (-1-3; 7+5) = -4; 12$

$\boxed{\vec{s} = (-4t; 12t); t \neq 0}$

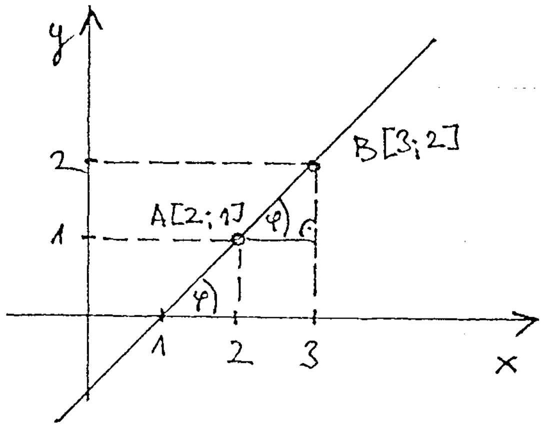
c) E[-5;2], F[0;-4]. $\vec{s} = F - E = (0+5; -4-2) = (5; -6)$

$\boxed{\vec{s} = (5t; -6t); t \neq 0}$

---

② Vypočítejte směrnici a směrový úhel přímky procházející body:

a) A[2;1], B[3;2]



Směrnice přímky se rovná tg φ, kde φ je velikost směrového úhlu, což je odchylka přímky od kladné poloosy x (o_x)

$k = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} = \frac{2-1}{3-2} = \frac{1}{1} = 1 \quad \boxed{k = 1}$

$tg\,\varphi = 1 \Rightarrow \boxed{\varphi = 45°}$

---

b) A[-2;-1], B[3-6]

$k = \frac{-6+2}{3+1} = \frac{-4}{4} = -1 \quad \boxed{k = -1} \quad tg\,\varphi = -1 \Rightarrow \boxed{\varphi = -45°}$

na kalkulačce [Shift] [tg] [(] [-] [1] [)] [=]

c) A[3;-2], B[2;1]

$k = \frac{1+2}{2-3} = \frac{3}{-1} = -3$ $\quad$ $\operatorname{tg}\varphi = -3 \Rightarrow \varphi \doteq -71°33'54''$ $\quad$ $\varphi \doteq -71°34'$

$k = -3$ na kalkulačce

navíc

Shift | tg | (| - | 3 |) | = | °'''

---

d) A[3;3], B[2;-4]

$k = \frac{-4-3}{2-3} = \frac{-7}{-1} = 7$ $\quad$ $\boxed{k = 7}$ $\quad$ $\boxed{\varphi \doteq 81° 52°}$

---

(3) Určete první souřadnici bodu B tak, aby přímka procházející body A[-1;4], B[x;2] měla směrnici $k = -\frac{1}{4}$.

$k = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}$

$-\frac{1}{4} = \frac{2-4}{x+1}$

$-\frac{1}{4} = -\frac{2}{x+1} \quad | \cdot (-1)$

$x + 1 = 8$

$\boxed{x = 7}$

Parametrické rovnice přímky

(4) Napište parametrické rovnice přímky určené bodem A a směrovým vektorem $\vec{s}$, je-li:

a) $A[3;-2]$, $\vec{s} = (1;-3)$

$a_1 \; a_2 \qquad s_1 \; s_2$

$$x = a_1 + ts_1$$
$$y = a_2 + ts_2$$

VZOREC

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 3 + t \\ y &= -2 - 3t \end{aligned}}$$

---

b) $A[-4;0]$, $\vec{s} = (5;7)$

$x = -4 + 5t$

$y = 7t$

(5) Napište parametrické rovnice přímky, která je určena body:

a) $A[3;-1]$, $B[5;-7]$

$\vec{s} = B - A = (5-3; -7+1) = (2;-6)$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 3 + 2t \\ y &= -1 - 6t \end{aligned}}$$

---

b) $A[4;2]$, $B[-4;3]$ $\quad$ $\vec{s} = B - A = (-4-4; 3-2) = (-8;1)$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 4 - 8t \\ y &= 2 + t \end{aligned}}$$

c) A[-4;3], B[0;5]

$\vec{s} = B - A = (4;2)$

$\boxed{\begin{aligned} x &= -4 + 4t \\ y &= 3 + 2t \end{aligned}}$

d) A[1;0], B[-3;-4]

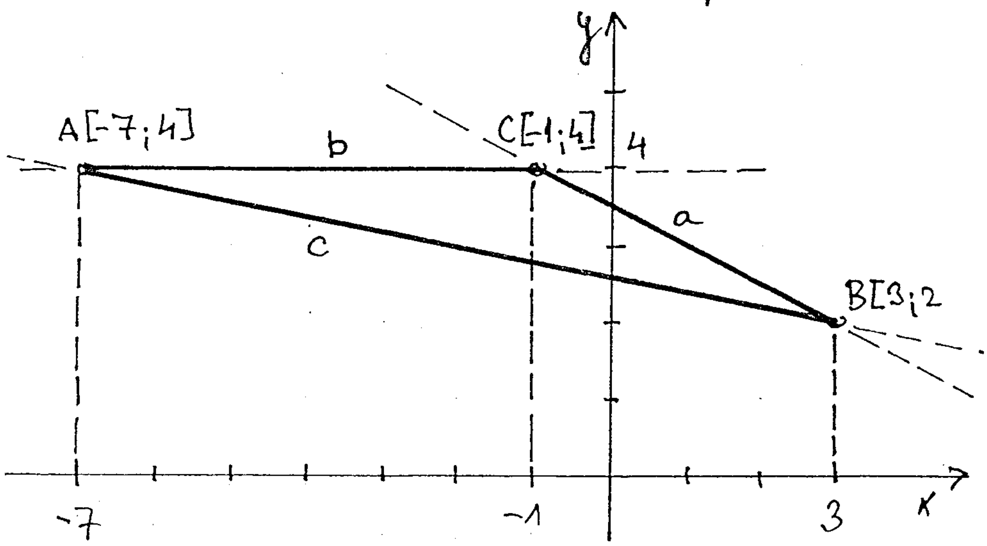
$\vec{s} = B - A = (-4;-4)$

$\boxed{\begin{aligned} x &= 1 - 4t \\ y &= -4t \end{aligned}}$

---

⑥ Napište parametrické rovnice přímek, na kterých jsou strany trojúhelníku s vrcholy A, B, C, je-li:

a) A[-7;4], B[3;2], C[-1;4] Oproti výsledkům ve sbírce zvolíme výhodnější označení: přímku a proti vrcholu A atd. Znak ≡, který je ve sbírce u výsledků, je zastaralý a může k do- nému smyslu nepoužívá.



a: $\vec{s} = C - B = (-4;2)$ b: $\vec{s} = C - A = (6;0)$ c: $\vec{s} = B - A = (10;-2)$

$\boxed{\begin{aligned} x &= 3 - 4t \\ y &= 2 + 2t \end{aligned}}$ $\boxed{\begin{aligned} x &= -7 + 6t \\ y &= 4 \end{aligned}}$ $\boxed{\begin{aligned} x &= -7 + 10t \\ y &= 4 - 2t \end{aligned}}$

Výsledky mohou mít i jinou podobu, to je závislé na volbě směrového vektoru dané přímky. Např. přímka a má směrový vektor nejen $\vec{s} = C - B = (-4;2)$, ale i $-\vec{s} = B - C = (4;-2)$, tak ovšem

$\boxed{x = -1 + 4t \quad y = 4 - 2t}$ ... jiný počáteční bod

b) A[2;-5], B[-1;-2], C[-3;2]

a: $\vec{s} = C - B = (-2;4)$

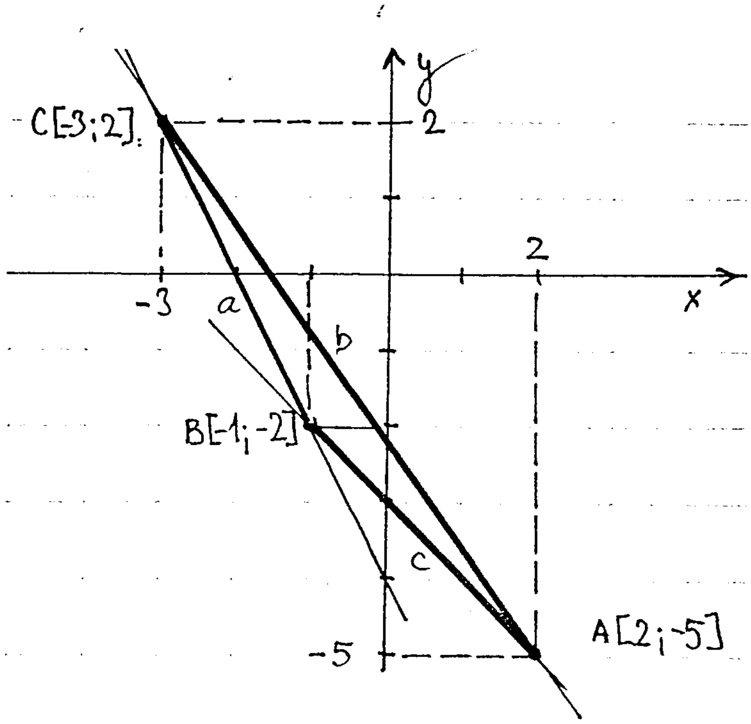
$$\boxed{\begin{aligned} x &= -1 - 2t \\ y &= -2 + 4t \end{aligned}}$$

b: $\vec{s} = C - A = (-5;7)$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 2 - 5t \\ y &= -5 + 7t \end{aligned}}$$

c: $\vec{s} = B - A = (-3;3)$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 2 - 3t \\ y &= -5 + 3t \end{aligned}}$$



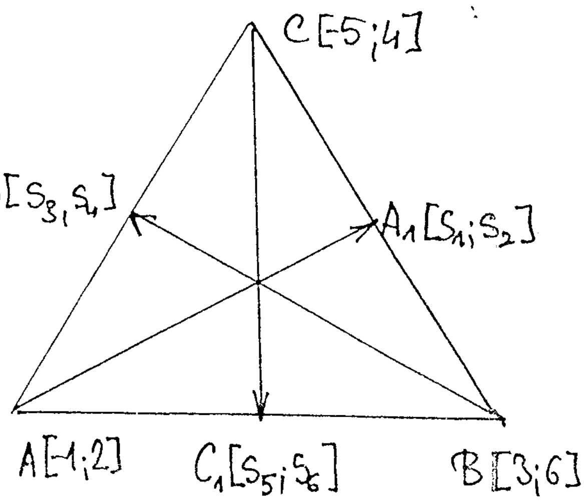
---

⑦ V trojúhelníku ABC určete parametrické rovnice těžnic, je-li

a) A[-1;2], B[3;6], C[-5;4]

není správná formulace, ...jde o rovnice přímek, na nichž leží těžnice ...i jinak

Důležitá poznámka:
Danou situaci není třeba pokaždé interpretovat v pravoúhlé soustavě souřadnic, stačí pouze náhodný obrázek.



$s_1 = \frac{-5+3}{2}$ $\quad s_2 = \frac{6+4}{2}$

$\underbrace{S_1 = -1 \quad S_2 = 5}_{A_1[-1;5]}$

Pro směrový vektor $\vec{t_a}$ platí:

$\vec{t_a} = (s_1 + 1, s_2 - 2) = (-1+1; 5-2)$

$\vec{t_a} = (0;3)$ ... přímka t_a:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= -1 \\ y &= 2 + 3t \end{aligned}}$$

$S_3 = \frac{-5-1}{2}$, $S_4 = \frac{4+2}{2}$ $\qquad$ $S_5 = \frac{3-1}{2}$ $\quad$ $S_6 = \frac{6+2}{2}$

$\underbrace{S_3 = -3 \ , \ S_4 = 3}_{B_1[-3;3]}$ $\qquad$ $\underbrace{S_5 = 1 \qquad S_6 = 4}_{C_1[1;4]}$

$\vec{t_b} = B_1 - B = (S_3 - 3; S_4 - 6)$

$= (-3-3; 3-6) = (-6;-3)$

$\vec{t_b} = (-6;-3)$

Přímka t_b: $\boxed{\begin{matrix} x = 3 - 6t \\ y = 6 - 3t \end{matrix}}$

$\vec{t_c} = C_1 - C = (S_5 + 6; S_6 - 4) = (1+5; 4-4)$

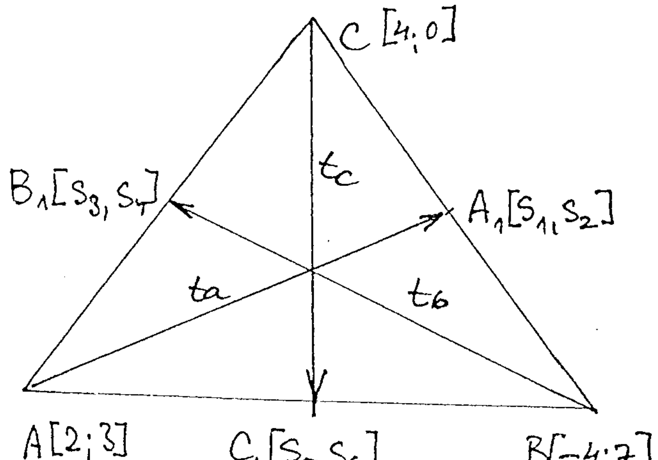
$= (6;0)$

$\vec{t_c} = (6;0)$

Přímka t_c: $\boxed{\begin{matrix} x = -5 + 6t \\ y = 4 \end{matrix}}$

---

b) $A[2;3]$, $B[-4;7]$, $C[4;0]$



$S_1 = \frac{-4+4}{2}$ $\qquad$ $S_2 = \frac{7+0}{2}$

$\underbrace{S_1 = 0 \qquad S_2 = \frac{7}{2} (3{,}5)}_{A_1[0;3{,}5]}$

$S_3 = \frac{2+4}{2}$ $\qquad$ $S_4 = \frac{0+3}{2}$

$\underbrace{S_3 = 3 \qquad S_4 = \frac{3}{2} (1{,}5)}_{B_1[3;1{,}5]}$

$S_5 = \frac{2-4}{2}$ $\qquad$ $S_6 = \frac{7+3}{2}$

$\underbrace{S_5 = -1 \qquad S_6 = 5}_{C_1[-1;5]}$

$\vec{t_a} = (S_1 - 2; S_2 - 3) = (0-2; 3{,}5-3) = (-2; 0{,}5)$

$\vec{t_a} = (-2; \frac{1}{2})$

Přímka a: $\boxed{\begin{matrix} x = 2 - 2t \\ y = 3 + \frac{1}{2}t \end{matrix}}$

$\vec{t_b} = (S_3 + 4, S_4 - 7) = (3+4, 1{,}5-7) = (7; -\frac{11}{2})$ ... $\vec{t_b} = (7; -\frac{11}{2})$

Přímka t_b: $\boxed{\begin{matrix} x = -4 + 7t \\ y = 7 - \frac{11}{2}t \end{matrix}}$

$\vec{t_c} = C_1 - C = (s_5 - 4; s_6 - 0) = (-1-4; 5-0) = (-5; 5) \ldots \vec{t_c} = (-5; 5)$

Přímka t_c: $\boxed{\begin{aligned} x &= 4 - 5t \\ y &= 5t \end{aligned}}$

---

(8) Zjistěte, zda dané body leží na jedné (téže) přímce:

a) $A[2;-3]$, $B[4;5]$, $C[7;-1]$

$\vec{s}_1 = B - A = (2; 8) \quad |:2 \qquad \vec{s_2} = C - A = (5; 2)$

$\vec{s} = (1; 4)$

$\vec{s_1} \neq \vec{s_2} \Rightarrow$ body A, B, C **neleží** na téže přímce.

---

b) $A[4;3]$, $B[-1;-2]$, $C[9;8]$

$\vec{s_1} = B - A = (-5; -5) \,|:(-5) \qquad \vec{s_2} = C - A = (5; 5) \,|:5$

$\vec{s_1} = (1; 1) \qquad \vec{s_2} = (1; 1)$

$\vec{s_1} = \vec{s_2} \Rightarrow$ body A, B, C **leží** na téže přímce.

---

c) $A[1;0]$, $B[3;4]$, $C[5;8]$

$\vec{s_1} = B - A = (2; 4) \,|:2 \qquad s_2 = C - A = (4; 8) \,|:4$

$\vec{s_1} = (1; 2) \qquad s_2 = (1; 2)$

$\vec{s_1} = \vec{s_2} \Rightarrow$ body A, B, C **leží** na téže přímce.

Uvedené úlohy bylo možné řešit také tímto postupem (např. pro situaci b)):

$\vec{s_1} = B - A \qquad \vec{s_2} = C - B$

$\vec{s_1} = (-5; -5) \,|:(-5) \qquad \vec{s_2} = (10; 10) \,:|10$

$\vec{s_1} = (1; 1) \quad \Rightarrow \quad \vec{s_2} = (1; 1)$

⋮

---

⑨ Zjistěte, zda přímky, které mají uvedené parametrické rovnice, jsou různé nebo splývající

je míněno různé rovnoběžné — je míněna též rovnoběžnost (totožnost přímek)

a) $x = 3 + t$ a $x = 3r \quad \dots \quad x = 0 + 3r$

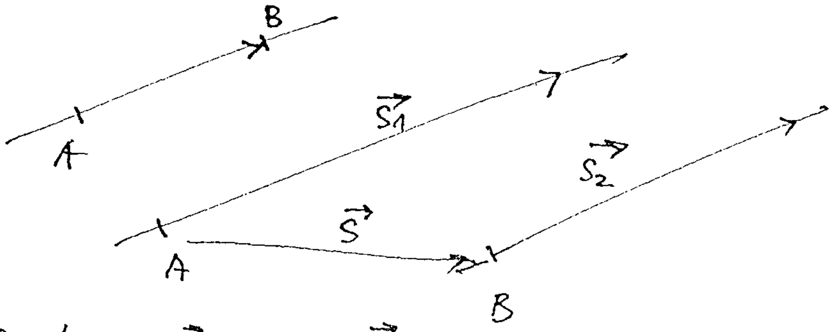
$y = 2 - 2t$ $y = 1 - 6r \quad \dots \quad y = 1 - 6r$

$A[3;2]$ $\vec{s_1} = (t\ {-2t})$ $B[0;1]$, $\vec{s_2} = 3r - 6r \ |:3$

$\vec{s_1} = (1 -2).t$, kde $t \in R$ $\vec{s_2} = (r\ {-2r})$

$\vec{s_2} = (1 -2).r$; $r \in R$

Směrové vektory obou přímek jsou si rovny $\vec{s_1} = \vec{s_2}$. Z této rovnosti vyplývá, že dané přímky jsou rovnoběžné. Nyní jde o to zjistit, zda jsou rovnoběžné různé, nebo rovnoběžné splývající. O tom rozhodne směrový vektor přímky $\vec{s} = A,B$.



Jestliže $\vec{s} = B - A = \vec{s_1}(s_2) \Rightarrow$ přímky splývají

" $\vec{s} = B - A \neq \vec{s_1}(s_2) \Rightarrow$ " jsou různé

V našem případě platí:

$\vec{s} = B - A = (0-3;\ 1-2) = (-3; -1) \ |:(-1) \quad \dots \vec{s} = (3;1)$

$\vec{s} \neq s_1(s_2) \Rightarrow$ dané přímky jsou rovnoběžné různé.

b) $x = 5 + t$ a $x = 9 - 2r \quad \dots \quad x = 9 - 2r$

$y = -8 + 2t$ $y = -4r \quad \dots \quad y = 0 - 4r$

$A[5;-8]$ $\quad$ $B[9;0]$

$\vec{s_1} = t + 2t$ $\quad$ $\vec{s_2} = (-2r - 4r) \mid :(-2)$

$\vec{s_1} = (1+2).t;\ t \in R$ $\quad$ $s_2 = (1+2).r,\ r \in R$

$\vec{s_1} = \vec{s_2} \Rightarrow$ přímky jsou rovnoběžné; $\vec{s} = B - A = (9-5;\ 0+8)$

$\vec{s} = (4;8) :2$

$\vec{s} = s_1(s_2) \Rightarrow$ dané přímky jsou <u>splývající</u>

$\vec{s} = (1;2) \ldots (1m;2m),\ m \in R$

$\vec{s} = (1;2).m;\ m \in R$

<u>Obecná rovnice přímky</u>

Rovnice $\boxed{ax + by + c = 0}$, kde aspoň jedno z čísel $a, b \neq 0$, se nazývá obecná rovnice přímky.

(10) Převeďte dané přímky na obecný tvar (správně by mělo být: Přímky vyjádřené parametricky (apod.) vyjádřete v obecném tvaru)

a) $x = 2 - t \quad |\cdot 2$
$y = 3 + 2t$

Ukažme si <u>nejrychlejší postup</u>, který spočívá ve vyloučení <u>t</u>.

$2x = 4 - 2t$
$y = 3 + 2t$
} Rovnice sečteme

$2x + y = 7$

$\boxed{2x + y - 7 = 0}$

b) $x = -4 + t \quad |\cdot(-5)$
$y = 3 + 5t$

$-5x = 20 - 5t$
$y = 3 + 5t$

$-5x + y = 23$

$\boxed{5x + y + 23 = 0}$

c) $x = -1 + 4t \quad |\cdot(-5)$
$y = 3 + 5t \quad |\cdot 4$

$-5x = 5 - 20t$
$4y = 12 + 20t$

$-5x + 4y = 17$

$\boxed{5x - 4y + 17 = 0}$

d) $x = -3 + 5t \quad |\cdot 2$
$y = -2 - 2t \quad |\cdot 5$

$2x = -6 + 10t$
$5y = -10 - 10t$

$2x + 5y = -16$

$\boxed{2x + 5y + 16 = 0}$

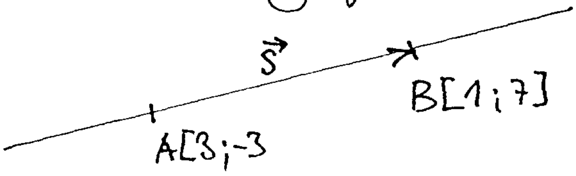
Dále potřebný vzorec pro rovnici přímky procházející body $A[a_1, a_2]$, $B[b_1; b_2]$

$$\boxed{y = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}(x - a_1) + a_2}$$

(11) Napište obecnou rovnici přímky, která je určena dvěma body:

a) $A[3;-3]$, $B[1;7]$

1. (zdlouhavý) postup:



$\vec{s} = B - A = (1-3; 7+3)$

$\vec{s} = (-2; 10) \quad 1:2$

$\vec{s} = (-1; 5)$

$x = 3 - t \qquad \cdot 5$

$y = -3 + 5t$

$5x = 15 - 5t$

$y = -3 + 5t$

$5x + y = 12$

$\boxed{5x + y - 12 = 0}$

2. postup pomocí vzorce

$A[3;-3]$ $B[1;7]$

$\quad a_1 \; a_2 \quad\; b_1 \; b_2$

$$y = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}(x - a_1) + a_2$$

$$y = \frac{10}{-2}(x-3) - 3$$

$y = -5(x-3) - 3$

$y = -5x + 15 - 3$

$\boxed{5x + y - 12 = 0}$

b) $A[-2;3]$, $B[1;-4]$

$$y = \frac{-4-3}{1+2}(x+2) + 3$$

$y = -\frac{7}{3}(x+2) + 3 \quad | \cdot 3$

$3y = -7(x+2) + 9$

$3y = -7x - 14 + 9$

$3y = -7x - 5$

$\boxed{7x + 3y + 5 = 0}$

c) $A[5;0]$, $B[-1;6]$

$$y = \frac{6-0}{-1-5}(x-5) + 0$$

$y = -1(x-5)$

$y = -x + 5$

$\boxed{x + y - 5 = 0}$

d) $A[2;-1]$, $B[3;-2]$

$$y = \frac{-2+1}{3-2}(x-2) - 1$$

$$y = \frac{-1}{1}(x-2) - 1$$

$y = -x + 2 - 1 \quad \rightarrow \boxed{x + y - 1 = 0}$

(12) Napište obecné rovnice stran a těžnic trojúhelníku s vrcholy:

$A[2;-5]$, $B[0;3]$, $C[-4;1]$. Poznámka: Je třeba upřesnit text, nejedná se o „rovnice stran a těžnic", ale o rovnice přímek, které obsahují (9) strany a těžnice, či na

které od čtí strany a těžnice... Ale pro jistotu dodat, že rovnice úseček existují v parametrickém tvaru, mají.
Tj. pro úsečku CD ... C[3;−1], D[−1;−3] platí tento par. tvar:

$$\left.\begin{aligned} x &= 3-4t \\ y &= -1-2t, \quad \underline{\underline{t \in \langle 0;1\rangle}} \end{aligned}\right\}$$ je rovnice úsečky

→ tento dodatek zaručuje úsečku

Pro náš výpočet postačí jen náhodný obrázek ΔABC pomocí pouhého pravítka. My si však nakreslíme reálnou situaci, která nám umožní částečnou kontrolu výpočtu.

$S_1 = \frac{0-4}{2}$ $S_2 = \frac{3+1}{2}$

$S_1 = -2$ $S_2 = 2$

$A_1[-2;2]$

$S_3 = \frac{2-4}{2}$ $S_4 = \frac{-5+1}{2}$

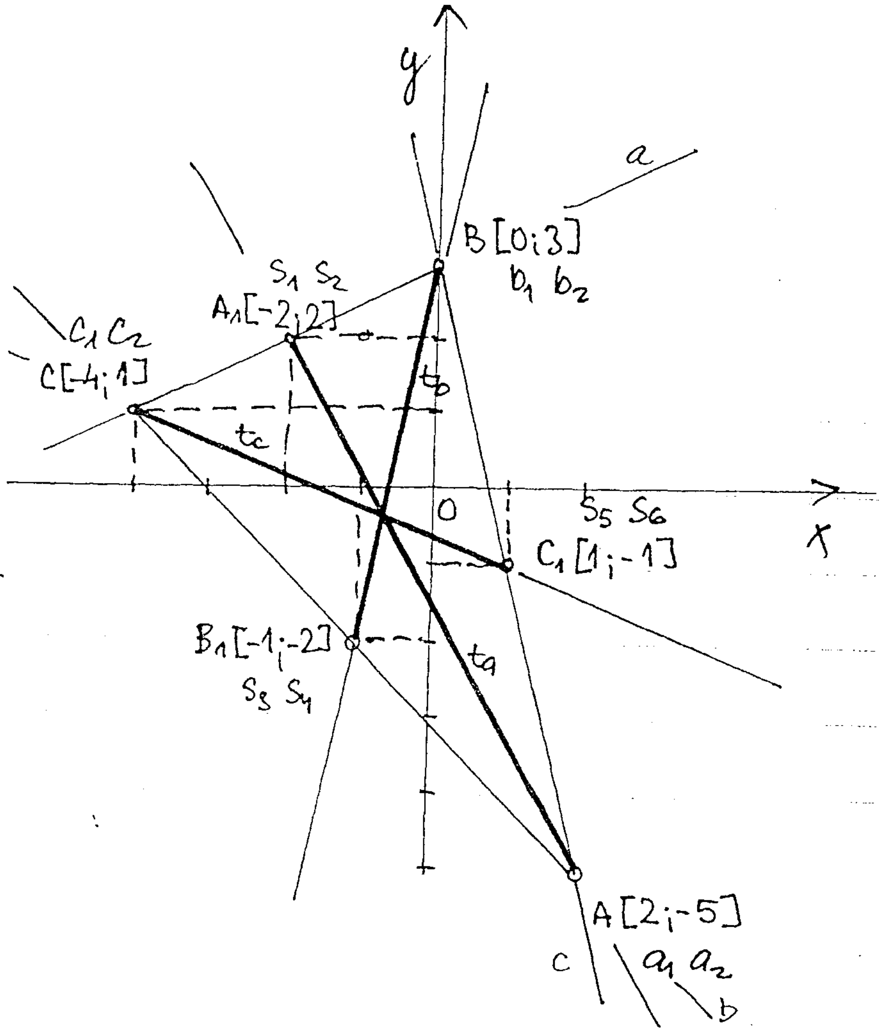
$S_3 = -1$ $S_4 = -2$

$B_1[-1;-2]$

$S_5 = \frac{2+0}{2}$ $S_6 = \frac{-5+3}{2}$

$S_5 = 1$ $S_6 = -1$

$C_1[1;-1]$



Přímka $a = \overrightarrow{BC}$ (nebo $\leftrightarrow BC$)

$$y = \frac{c_2 - b_2}{c_1 - a_1}(x - b_1) + b_2$$

$$y = \frac{1-3}{-4-0}(x-0)+3$$

$$y = \frac{-2}{-4}(x-0)+3$$

$$y = \frac{1}{2}(x-0)+3 \quad |\cdot 2$$

$$2y = x + 6$$

$\boxed{x - 2y + 6 = 0}$ je rovnice přímky $\underline{a}$

Přímka $b = \overleftrightarrow{AC}$

$$y = \frac{c_2 - a_2}{c_1 - a_1}(x - a_1) + a_2$$

$$y = \frac{1+5}{-4-2}(x-2)-5$$

$$y = -1(x-2)-5$$

$$y = -x+2-5$$

$$y = -x-3$$

$\boxed{x+y+3=0}$ je rovnice přímky b.

Přímka $c = \overleftrightarrow{AB}$

$$y = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}(x-a_1)+a_2$$

$$y = \frac{3+5}{0-2}(x-2)-5$$

$$y = -4(x-2)-5$$

$$y = -4x+8-5$$

$$y = -4x+3$$

$\boxed{4x+y-3=0}$ je rovnice přímky c

Přímka $t_a = \overleftrightarrow{AA_1}$

$$y = \frac{s_2 - a_2}{s_1 - a_1}(x-a_1)+a_2$$

$$y = \frac{2+5}{-2-2}(x-2)-5$$

$$y = -\frac{7}{4}(x-2)-5 \quad | \cdot 4$$

$$4y = -7(x-2)-20$$

$$4y = -7x+14-20$$

$$4y = -7x-6$$

$\boxed{7x+4y+6=0}$ je rovnice přímky t_a

Přímka $t_b = \overleftrightarrow{BB_1}$

$$\cancel{t_b}\, y = \frac{s_4 - b_2}{s_3 - b_1}(x-b_1)+b_2$$

$$y = \frac{-2-3}{-1-0}(x-0)+3$$

$$y = 5(x-0)+3$$

$$y = 5x+3$$

$\boxed{5x-y+3=0}$ je rovnice přímky t_b.

Přímka $t_c = \overleftrightarrow{CC_1}$

$$y = \frac{s_6 - c_2}{s_5 - c_1}(x-c_1)+c_2$$

$$y = \frac{-1-1}{1+4}(x+4)+1$$

$$y = -\frac{2}{5}(x+4)+1 \quad | \cdot 5$$

$$5y = -2(x+4)+5$$

$$5y = -2x-8+5$$

$$5y = -2x-3$$

$\boxed{2x+5y+3=0}$ je rovnice přímky t_c.

(13) Zjistěte, zda na přímce $2x-3y+6=0$ leží body:

a) $A[3;2]$, b) $B[0;2]$, c) $C[3;0]$, d) $D[3;4]$

Řešení a) $L = 2.3 - 3.2 + 6 = 6 - 6 + 6 = 6$

$P = 0$, $L \neq P \Rightarrow$ Bod A neleží na přímce dané rovnicí $2x-3y+6=0$.

b) $L = 2.0 - 3.2 + 6 = 0$, $P = 0 \Rightarrow$ B leží na přímce.

c) $L = 2.3 - 3.0 + 6 = 6 + 6 = 12$, $P = 0$, $L \neq P$, **C neleží**

d) $L = 2.3 - 3.4 + 6 = 6 - 12 + 6 = 0$, $P \doteq L$, **D leží**

---

(14) Zjistěte, zda dané body leží na jedné přímce:
$A[5;-1]$, $B[3;4]$, $C[5;-1]$ Řešit stejným postupem, jaký byl uplatněn v příkladu (8) tohoto svazku. Autor zřejmě přehlédl, že při příkladu uvedeného typu zařadil. Příklad proto neřeším.

---

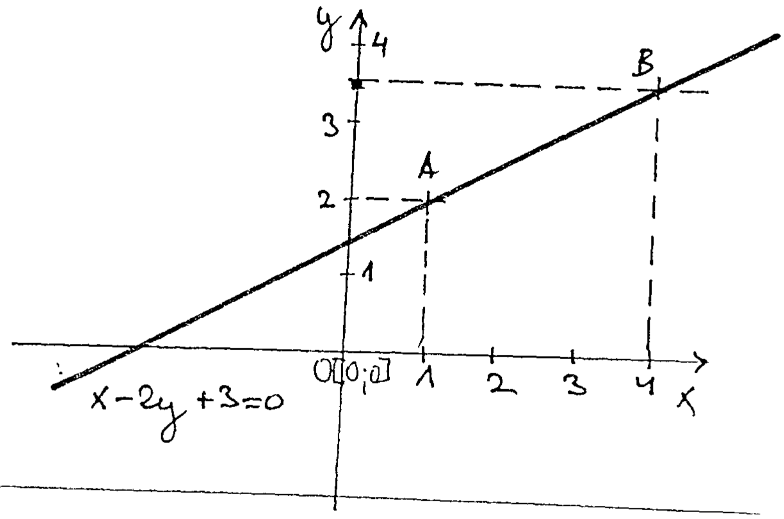
(15) Znázorněte následující přímky:
a) $x - 2y + 3 = 0$, b) $2x - y + 3 = 0$, c) $2x + 5y - 10 = 0$, d) $5x + 2y + 10 = 0$
Ke znázornění přímky potřebujeme znát souřadnice dvou jejích libovolných bodů. K tomuto účelu je nejvhodnější použít směrnicový tvar rovnice přímky (což bylo učivo 25).

a) $x - 2y + 3 = 0$

$2y = x + 3 \quad |:2$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

x	1	4
y	2	3,5
	A	B



---

b) $2x - y + 3 = 0$

$y = 2x + 3$

x	0	−1
y	3	1

Grafy na str. (13)

c) $2x + 5y - 10 = 0$

$5y = -2x + 10 \quad |:5$

$y = -\frac{2}{5}x + 2$

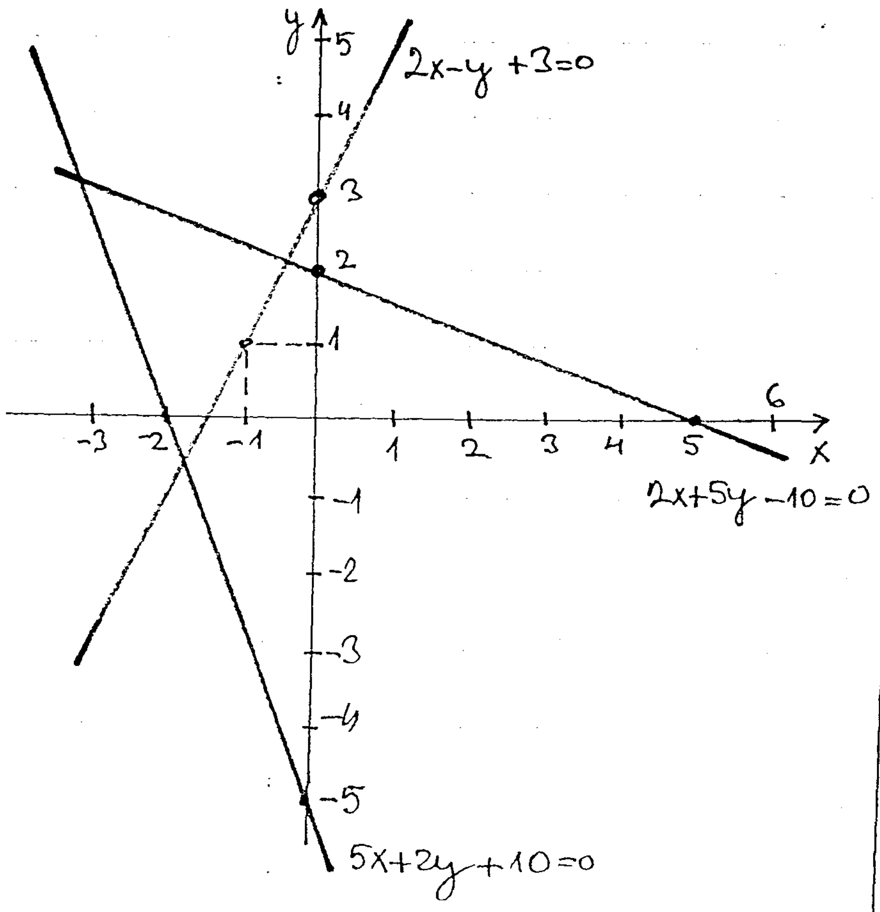
x	0	5
y	2	0

d) $5x + 2y + 10 = 0$

$2y = -5x - 10 \quad |:2$

$y = -\frac{5}{2}x - 5$

x	0	−2
y	−5	0



(16) Určete obecnou rovnici přímky, která je určena bodem A[3;-5] a směrovým vektorem $\vec{s}=(3;4)$.

Postup: Určíme parametrické rovnice přímky a eliminací t pak obecnou rovnici přímky (viz str. 2).

$A[3;-5]$, $\vec{s}=(3;4)$

$$x=a_1+ts_1 \quad y=3+3t \quad |\cdot(-4) \quad -4x=-12-12t$$
$$y=a_2+ts_2 \quad y=-5+4t \quad |\cdot 3 \quad 3y=-15+12t$$

$$-4x+3y=-27$$

$$\boxed{4x-3y-27=0}$$

(17) Určete obecnou rovnici přímky, která prochází bodem A[5;7], je-li vektor její normály $\vec{n}=(3;-5)$.

Správně: normálový vektor

Výpočet provedeme dvěma postupy:

1. postup: Normálový vektor je kolmý ke směrovému vektoru. Norm. vektor je tvořen hodnotami a, b. Ty dosadíme do obecné rovnice přímky $ax+by+c=0$.

$\vec{n}=(3;-5)$, $3 \to a$, $-5 \to b$

$$ax+by+c=0$$
$$3x-5y+c=0 \quad (*)$$

Hodnotu c určíme tak, že souřadnice počátečního

bod A[5;7] dosadíme do rovnice ⊛.
$x\;y$

$3\cdot5-5\cdot7+c=0$

$15-35+c=0$

$c=20$ ... tuto hodnotu dosadíme do rovnice (*)

$\boxed{3x-5y+20=0}$

2. postup: Normálový vektor převedeme na směrový vektor tak, že obě jeho souřadnice zaměníme a u první souřadnice změníme znaménko na opačné.

$\vec{s}=(5;3)$ a dále už to bylo vypočteno.

$A[5;7],\ \vec{s}=(5;3)$

$x=5+5t \quad |\cdot(-3)$ $\qquad -3x=-15-15t$

$y=7+3t \quad |\cdot5$ $\qquad 5y=35+15t$

$-3x+5y=20$

$\boxed{3x-5y+20=0}$

(18) Který bod přímky $5x-2y+7=0$ má stejně velké souřadnice?

Musí se tedy vypočítat, pro které číslo platí $x=y$.

$5x-2y+7=0$

$5x=2y-7$

⊛ $\boxed{x=\frac{2}{5}y-\frac{7}{5}}$

$2y=5x+7$

$\boxed{y=\frac{5}{2}x+\frac{7}{2}}$

=

$\frac{2}{5}y-\frac{7}{5}=\frac{5}{2}x+\frac{7}{2} \quad |\cdot10$

$4y-14=25x+35$

$25x-4y=-49$

$25x-4y+49=0$, dosadí (*)

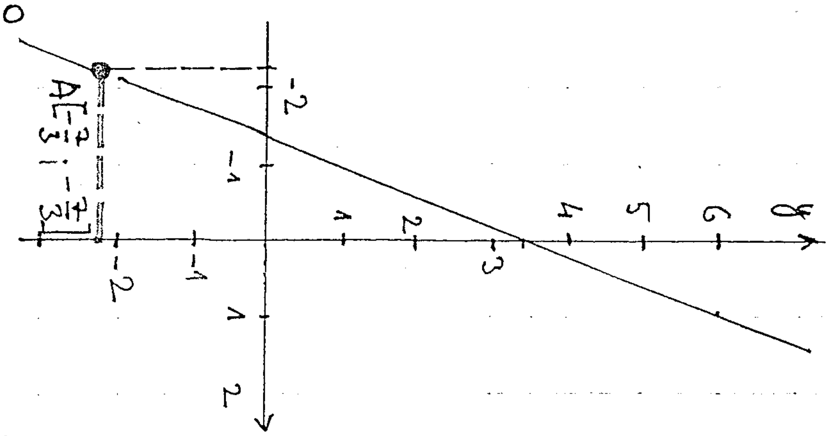
$25\left(\frac{2}{5}y-\frac{7}{5}\right)-4y+49=0$

$10y-35-4y+49=0$

$6y=-14$

$y=-\frac{7}{3} \Rightarrow x=-\frac{7}{3}$

$A\left[-\frac{7}{3};-\frac{7}{3}\right]$



(19) Určete číslo c tak, aby přímka $3x-2y+c=0$ procházela a) bodem $A[2;-5]$, b) $B[0;3]$, c) $C[-4;0]$, d) počátkem soustavy souřadnic.

Postup podle 1. postupu nastu (13) – náčrtek řešení

$\underset{a}{3x}-\underset{b}{2y}+\underset{c}{c}=0 \quad \vec{n}=(\underset{a}{3};\underset{b}{-2}) \quad A[\underset{x}{2};\underset{y}{-5}]$ ... jen pro informaci

a) $3.2-2.(-5)+c=0$

$6+10+c=0$

$\boxed{c=-16}$

b) $3.0-2.3+c=0$

$0-6+c=0$

$\boxed{c=6}$

c) $3.(-4)-2.0+c=0$

$-12=c$

$\boxed{c=12}$

d) $O[0;0]$ $3.0-2.0+c=0 \Rightarrow \boxed{c=0}$

---

(20) Určete směrový a normálový vektor přímky $\underset{a}{4x}-\underset{b}{5y}+9=0$.

$\vec{n}=(4;-5)$... $\vec{n}=(4t;-5t)$, $\vec{s}=(5t;4t)$, $t\in R$

Směrnicová rovnice přímky

$y=kx+q$, kde $k=\dfrac{b_2-a_2}{b_1-a_1}$, jestliže $A[a_1,a_2]$, $B[b_1,b_2]$ jsou její body

je směrnice přímky, $k=\operatorname{tg}\varphi$, kde φ je odchylka přímky od kladné poloosy x, další údaje uvedeme

= úhel

(21) Přímku $2x-4y+6=0$ převeďte na směrnicový tvar.

$4y=2x+6 \quad |:4$

$\boxed{y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}}$

---

(22) Napište rovnici přímky, znáte-li:

a) $\varphi=45°$, $q=-2$

$k=\operatorname{tg}\varphi=\operatorname{tg}45°=1$ ... $y=1x-2$ ... $\boxed{y=x-2}$

b) $k=-3$, $q=5$, kde φ je smerový uhol, k je smernica a q úsek na osi y

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{nadbytočné údaje}}$$

$$\boxed{y=-3x+5}$$

---

(23) Určite smernicu, smerový a normálový vektor priamky:

a) $3x+2y-4=0$ $\quad a=3, b=2, c=-4$

$$\begin{array}{ccc} 3x & +2y & -4=0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a & b & c \end{array}$$

$\boxed{k=-\frac{a}{b}}$ smernica $\quad \boxed{q=-\frac{c}{b}}$ $\downarrow$ úsek na osi y

$$\boxed{k=-\frac{3}{2}}$$

$\vec{n}=(a;b)\ldots\ \vec{n}=(3;2)\ldots \boxed{\vec{n}=(3t;2t), t\in R \wedge t\neq 0}$

$\vec{s}=(2;-3)\ldots \boxed{\vec{s}=(2t;-3t), t\in R \wedge t\neq 0}$

---

b) $x+3y=0$ $\quad k=-\frac{a}{b}:=-\frac{1}{3}$ $\quad \vec{n}=(a;b)$

$$\begin{array}{ccc} 1x & +3y & +0=0 \\ | & | & | \\ a & b & c \end{array}$$

$\boxed{k=-\frac{1}{3}}$

$\vec{n}=(1;3)\ldots \boxed{\vec{n}=(t;3t), t\neq 0}$

$\boxed{\vec{s}=(-3t;t), t\neq 0}$ (x)

(x) Poznámka: Keď vytváram zo smerového vektora normálový vektor, tak zamením jeho poradie a u prvého obrátim znamienko...

$\vec{s}=(-3t;t) \rightarrow \vec{n}=(-t;-3t) \quad |\cdot(-1)$

$\vec{n}=(t;3t)$

---

c) $5x-y+7=0$ $\quad k=-\frac{5}{-1}$ $\quad \vec{n}=(5;-1)\ldots \boxed{\vec{n}=(5t;-t), t\neq 0}$

$$\begin{array}{ccc} 5x & -1y & +7=0 \\ \downarrow & \downarrow & | \\ a & b & c \end{array}$$

$\boxed{k=5}$ $\quad \boxed{\vec{s}=(t;5t), t\neq 0}$

---

(24) Určite smernicu a smerový uhol priamky:

a) $4x+3y-4=0$ $\qquad$ b) $x-2y+5=0$

a) $k=-\frac{4}{3}$ shift tg $\left(-\frac{4}{3}\right) =$ $-53°8'$ .. $\varphi \doteq -53°8'$

nebo $\varphi = 360° - 53°8' = 306°52'$

b) $1x - 2y + 5 = 0$ $\quad k = -\frac{1}{-2}$

 a $\quad$ b $\quad$ c

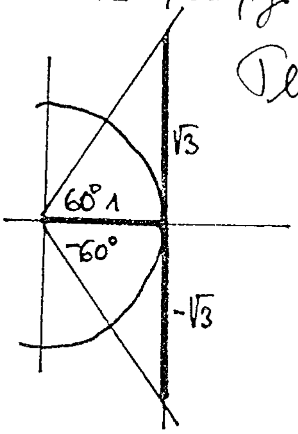
$\boxed{k = \frac{1}{2}}$ $\quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\varphi \doteq 26°34'}$

(25) Napište směrnicový tvar rovnice přímky procházející bodem $A[3;-1]$, když $k = -\frac{3}{4}$.

Rovnice hledané přímky je $y = -\frac{3}{4}x + q$. Číslo q zjistíme dosazením souřadnic bodu A do rovnice přímky.

$$y = -\frac{3}{4}x + q$$
$$-1 = -\frac{3}{4}\cdot 3 + q \quad | \cdot(-4)$$
$$4 = 9 - 4q$$
$$4q = 5$$
$$q = \frac{5}{4}$$
$$\boxed{y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}}$$

(26) Napište směrnicový tvar rovnice přímky procházející bodem $A[-5;3]$, je-li její směrový úhel $\varphi = -60°$.



Platí: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}x$

$\operatorname{tg}(-60°) = -\operatorname{tg}60° = -\sqrt{3}$

$k = -\sqrt{3}$

$y = kx + q$

$y = -\sqrt{3}x + q$ .. dosadíme souřadnice bodu A

$3 = -\sqrt{3}\cdot(-5) + q$

$3 = 5\sqrt{3} + q \rightarrow q = (3 - 5\sqrt{3})$

$$\boxed{y = -\sqrt{3}x + (3 - 5\sqrt{3})}$$

(27) Napište směrnicový tvar rovnice přímky procházející bodem $A[-1;5]$, je-li a) $\vec{s} = (3;5)$, b) $\vec{n} = (-1;4)$

Řešení a): $x = -1 + 3t \quad | \cdot(-5)$ $\rightarrow$ $-5x = 5 - 15t$ $\rightarrow$ $-5x + 3y = 20$

 $y = 5 + 5t \quad | \cdot 3$ $\quad$ $3y = 15 + 15t$ $\quad$ $3y = 5x + 20 \quad | : 3$ $\quad \boxed{y = \frac{5}{3}x + \frac{20}{3}}$

b) $\vec{n}=(-1;4)$ $\quad$ $\vec{s}=(4;1)$

$x=-1+4t$
$y=5+t \quad |\cdot(-4)$

$x=-1+4t$
$-4y=-20-4t$

$x-4y=-21$

$4y=x+21 \quad |:4$

$\boxed{y=\frac{1}{4}x+\frac{21}{4}}$

---

(28) Napište směrnicový tvar rovnice přímky procházející body

a) $A[-3;7]$, $B[2;5]$ $\quad$ ($a_1\ a_2$, $b_1\ b_2$)

1. možnost: pomocí vzorce: $y=\frac{b_2-a_2}{b_1-a_1}(x-a_1)+a_2$

$y=\frac{5-7}{2+3}(x+3)+7$ $\quad y=-\frac{2}{5}(x+3)+7$ $\quad y=-\frac{2}{5}x-\frac{6}{5}+7$ $\quad \boxed{y=-\frac{2}{5}x+\frac{29}{5}}$

2. možnost: $\vec{s}=B-A=(2+3;5-7)=(5;-2)$ … $\vec{s}=(5;-2)$

Poznámka: 3. možnost je dole u c).

$x=-3+5t \quad |\cdot 2$
$y=7-2t \quad |\cdot 5$

$2x=-6+10t$
$5y=35-10t$

$2x+5y=29$
$5y=-2x+29 \quad |:5$

$\boxed{y=-\frac{2}{5}x+\frac{29}{5}}$

---

b) vzorcem = 1. možnost: $C[-4;-1]$, $D[2;-4]$

$y=\frac{d_2-c_2}{d_1-c_1}(x-c_1)+c_2$

$y=\frac{-4+1}{2+4}(x+4)-1$

$y=-\frac{1}{2}(x+4)-1$

$y=-\frac{1}{2}x-2-1$

$\boxed{y=-\frac{1}{2}x-3}$

---

2. možnost pomocí směr. vektoru

$\vec{s}=D-C$
$\vec{s}=(2+4;-4+1)$
$\vec{s}=(6;-3)$

$x=-4+6t$
$y=-1-3t \quad |\cdot 2$

$x=-4+6t$
$2y=-2-6t$

$x+2y=-6$

$2y=-x-6 \quad |:2$

$\boxed{y=-\frac{1}{2}x-3}$

---

c) $\underbrace{E[-4;7]}$, $\underbrace{F[3;5]}$

$y=kx+q \qquad y=kx+q$
$7=-4k+q \qquad 5=3x+q$
$4k-q=-7 \quad | \quad 3k+q=5$

$4k-q=-7$
$3k+q=5$
$7k=-2$

$\boxed{k=-\frac{2}{7}}$

$3\cdot(-\frac{2}{7})+q=5$

$-\frac{6}{7}+q=5$

$\boxed{q=\frac{41}{7}}$

$\boxed{y=-\frac{2}{7}x+\frac{41}{7}}$

(29) Určete rovnici přímky, která prochází bodem A[-4;5] a má směrnici třikrát větší než přímka $4x-6y+1=0$.

$4x-6y+1=0$

$6y=4x+1 \quad |:6$

$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}$

$k=\frac{2}{3}$

$k'=3k=3\cdot\frac{2}{3}$

$k'=2$

$y=k'x+q$

$y=2x+q$, dosadí „A"

$5=2(-4)+q$

$5=-8+q$

$q=13$

$\boxed{y=2x+13}$

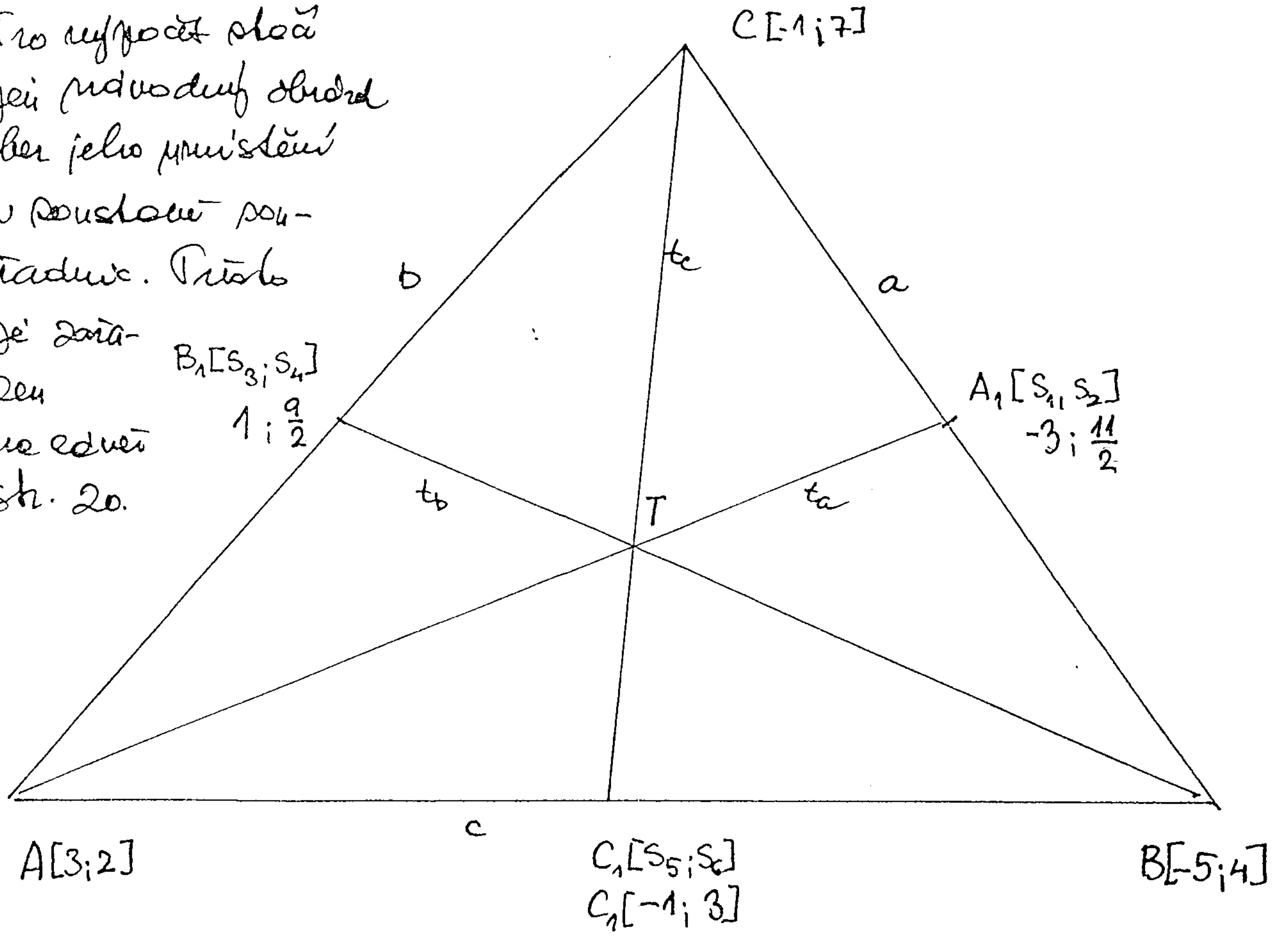
---

(30) Je dán △ABC s vrcholy A[3;2], B[-5;4], C[-1;7]

Napište: a) parametrické rovnice strany $\underline{a}$,
b) obecnou rovnici strany $\underline{b}$,
c) směrnicový tvar rovnice strany $\underline{c}$,
d) parametrické rovnice těžnice ta,
e) obecnou rovnici těžnice t_b,
f) směrnicový tvar těžnice t_c

jsou zde hrubé chyby v pojmech, už jsem se o nich zmínil.

Pro výpočet stačí jen náčrtek obrázku bez jeho umístění v soustavě souřadnic. Proto je zařazen na další str. 20.



$S_1 = \frac{-1-5}{2}$ $S_2 = \frac{7+4}{2}$ | $S_3 = \frac{-1+3}{2}$ $S_4 = \frac{2+7}{2}$ | $S_5 = \frac{3-5}{2}$ $S_6 = \frac{4+2}{2}$

$S_1 = -3$ $S_2 = \frac{11}{2}$ | $S_3 = 1$ $S_4 = \frac{9}{2}$ | $S_5 = -1$ $S_6 = 3$

a) $\vec{s} = C - B = (-1+5; 7-4) = (4; 3)$ $\boxed{\begin{aligned} x &= -5+4t \\ y &= 4+3t \end{aligned}}$

b) $\vec{s} = C - A = (-1-3; 7-2)$

$\vec{s} = (-4; 5)$

$x = 3 - 4t \quad |\cdot 5$

$y = 2 + 5t \quad |\cdot 4$

$5x = 15 - 20t$

$4y = 8 + 20t$

$5x + 4y = 23$

$\boxed{5x + 4y - 23 = 0}$

c) $y = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}(x - a_1) + a_2$

$y = \frac{4-2}{-5-3}(x-3)+2$

$y = -\frac{1}{4}(x-3)+2$

$y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} + 2$ $\therefore$ $\boxed{y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}}$

d) $t_a \dots \vec{s} = A_1 - A$

$\vec{s} = (3-3; \frac{11}{2} - 2)$

$\vec{s} = (-6; \frac{7}{2})$

$\boxed{\begin{aligned} x &= 3 - 6t \\ y &= 2 + \tfrac{7}{2}t \end{aligned}}$

souřadnice vektoru jsou délky odvěsen Δ, $\vec{s}(0; -4)$ není proto směr. vektor.

e) $t_b \dots \vec{s} = B_1 - B$

$\vec{s} = (1+5; \frac{9}{2} - 4)$

$\vec{s} = (6; \frac{1}{2})$

$x = -5 + 6t$

$y = 4 + \frac{1}{2}t \quad |\cdot(-12)$

$x = -5 + 6t$

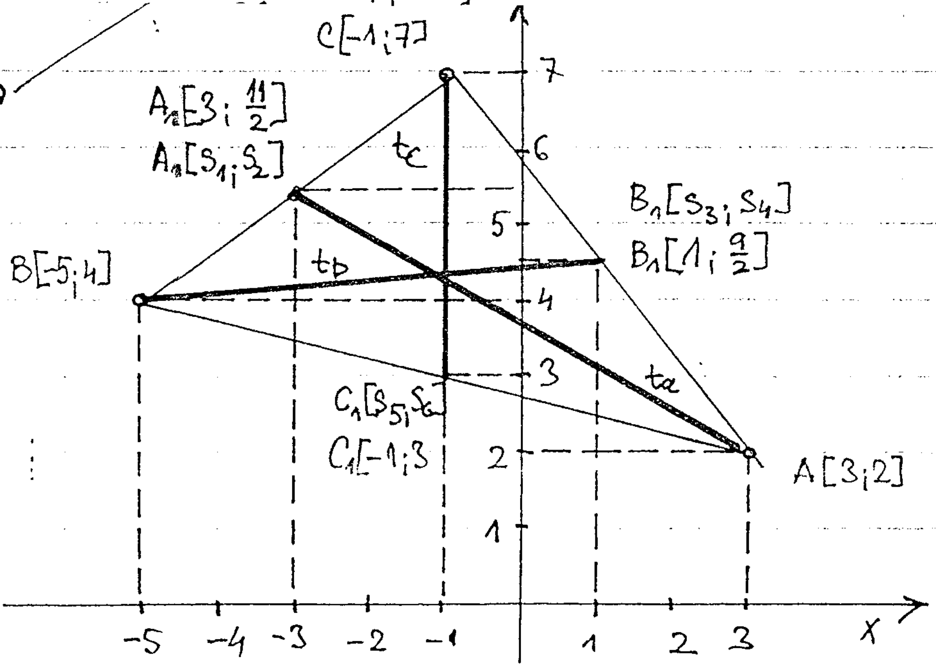
$-12y = -48 - 6t$

$x - 12y = -53$

$\boxed{x - 12y + 53 = 0}$

f) $t_c \dots \vec{s} = C_1 - C$ VPRAVO

$\vec{s} = (-1+1; 3-7) = (0; -4)$



$x = -1 + 0t$

$y = 7 - 4t \quad |\cdot 0$

$\Rightarrow x = -1$

přímka nemá směrnici; je rovnoběžná s osou Oy ... KONEC ČLÁNKU 4.3.