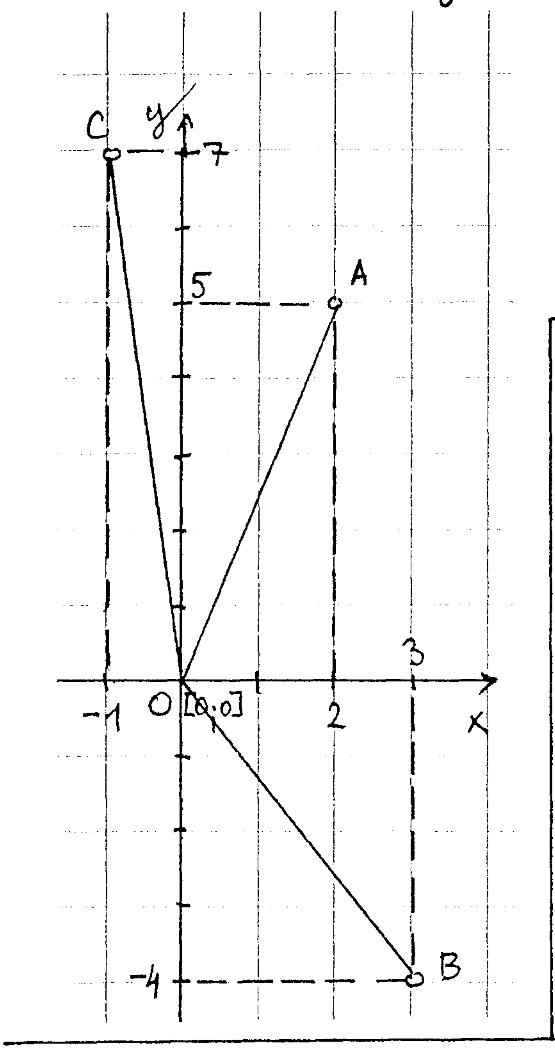
4.2 Vzdálenost dvou bodů v rovině

① Určete vzdálenost bodů A[2;5], B[3;-4], C[-1;7] od počátku soustavy souřadnic.



$|AO| = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{25+4} = \boxed{\sqrt{29}}$

$|BO| = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \boxed{5}$

$|CO| = \sqrt{7^2+1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25.2} = \boxed{5.\sqrt{2}}$

② Určete vzájemnou vzdálenost bodů (slovo „vzájemnou" je zbytečné).

a) A[2;-3], B[1;4]

$A[a_1;a_2], B[b_1;b_2] \Rightarrow$

$|AB| = \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$

$|AB| = \sqrt{(1-2)^2+(4+3)^2} = \sqrt{(-1)^2+7^2}$

$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = \boxed{5.\sqrt{2}}$

b) C[3;-1], D[5;7], $|CD| = \sqrt{(5-3)^2+(7+1)^2} = \sqrt{2^2+8^2} = \boxed{\sqrt{68}}$

c) E[-1;7], F[2;-5], $|EF| = \sqrt{(2+1)^2+(-5-7)^2} = \sqrt{3^2+(-12)^2} = \boxed{\sqrt{153}}$

d) G[3;3], H[-3;-3], $|GH| = \sqrt{(-3-3)^2+(-3-3)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-6)^2} = \sqrt{72} = \boxed{6.\sqrt{2}}$

③ Určete délky stran trojúhelníku ABC, je-li

a) A[-1;-1], B[3;-3], C[5;-4]

$|AB| = \sqrt{(3+1)^2+(-3+1)^2} = \sqrt{4^2+(-2)^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4.5} = \boxed{2.\sqrt{5} = c}$

$|AC| = \sqrt{(5+1)^2+(-4+1)^2} = \sqrt{6^2+(-3)^2} = \sqrt{45} = \sqrt{9.5} = \boxed{3.\sqrt{5} = b}$

$|BC| = \sqrt{(5-3)^2+(-4+3)^2} = \sqrt{2^2+(-1)^2} = \boxed{\sqrt{5} = a}$

---

b) A[2;0], B[-1;4], C[5;5]

$|AB| = \sqrt{(-1-2)^2+(4-0)^2} = \sqrt{(-3)^2+4^2} = \sqrt{25} = \boxed{5 = c}$

$|AC| = \sqrt{(5-2)^2+(5-0)^2} = \sqrt{3^2+5^2} = \boxed{\sqrt{34} = b}$

$|BC| = \sqrt{(5+1)^2+(5-4)^2} = \sqrt{6^2+1^2} = \boxed{\sqrt{37} = a}$

---

4) Vypočítejte obvod $\triangle ABC$, je-li
A[-3;4], B[2;-1], C[1;0]

$|AB| = \sqrt{(2+3)^2+(-1-4)^2} = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{50} = 5.\sqrt{2}$

$|AC| = \sqrt{(1+3)^2+(0-4)^2} = \sqrt{4+(-4)^2} = \sqrt{32} = \sqrt{16.2} = 4.\sqrt{2}$

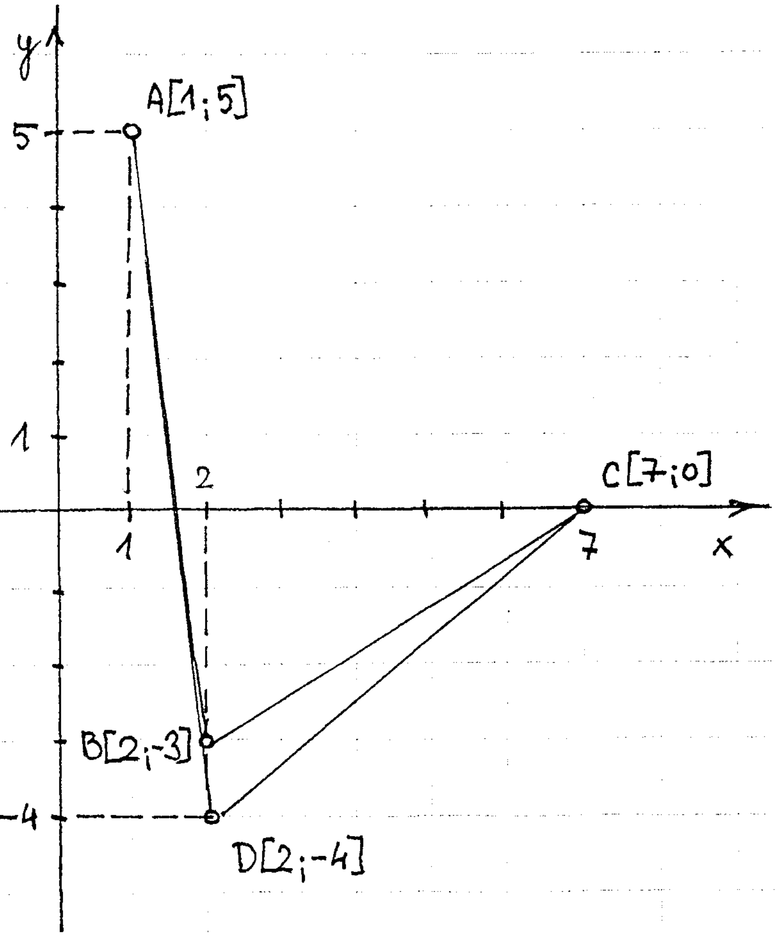
$|BC| = \sqrt{(1-2)^2+(0+1)^2} = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$

$o = |AB|+|AC|+|BC| = 5\sqrt{2}+4.\sqrt{2}+\sqrt{2} = \boxed{10\sqrt{2}}$

---

5) Určete obvod čtyřúhelníku ABCD, je-li A[1;5], B[2;-3], C[7;0], D[2;-4]

Poznámka: Body A,B,C,D nejsou vrcholy čtyřúhelníku, autor si příklad nenarýsoval. To, co vypočítal, je pouze součet délek úseček 4 úseček, a to AB, BC, CD, AD. Provedeme kontrolu, najít chyby, výpočet, či spíše výpočet s ne-



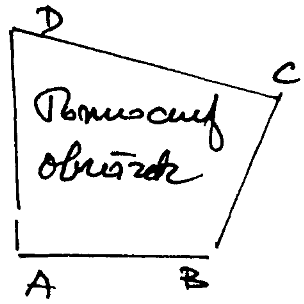
Správnou úlohu:

$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{1^2 + (-8)^2} = \sqrt{65}$

$|BC| = \sqrt{(7-2)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

$|CD| = \sqrt{(2-7)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{41}$

$|AD| = \sqrt{(2-1)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{1^2 + (-9)^2} = \sqrt{82}$



neplatí však, že $o = \sqrt{65} + \sqrt{34} + \sqrt{41} + \sqrt{82}$

---

⑥ Zjistěte, zda trojúhelník ABC je pravoúhlý, je-li:

a) $A[-2;3]$, $B[15;7]$, $C[10;13]$

$|AB| = \sqrt{(15+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{17^2 + 4^2} = \sqrt{289+16} = \sqrt{305} = c$

$|BC| = \sqrt{(10-15)^2 + (13-7)^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25+36} = \sqrt{61} = a$

$|AC| = \sqrt{(10+2)^2 + (13-3)^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{144+100} = \sqrt{244} = b$

Největší strana je c ... $c^2 = (\sqrt{305})^2 = 305$

$a^2 + b^2 = (\sqrt{61})^2 + (\sqrt{244})^2 = 61 + 244 = 305$

Platí: $c^2 = a^2 + b^2$. Podle obrácené Pythagorovy věty <u>je ΔABC pravoúhlý</u>.

---

b) $A[3;-2]$, $B[10;4]$, $C[7;-2]$

$|AB| = \sqrt{(10-3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85} = c$

$|BC| = \sqrt{(7-10)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = a$

$|AC| = \sqrt{(7-3)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = b$

Největší strana je c. Je pravda, že $(\sqrt{85})^2 = (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{16})^2$?

$85 = 45 + 16$

$85 = 61$ je nepravda

$\Rightarrow$ <u>ΔABC není pravoúhlý.</u>

---

c) A[5;2], B[5;3], C[-1;7]

$|AB| = \sqrt{(5-5)^2+(3-2)^2} = \sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1$

$|BC| = \sqrt{(-1-5)^2+(7-3)^2} = \sqrt{(-6)^2+4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$

$|AC| = \sqrt{(-1-5)^2+(7-2)^2} = \sqrt{(-6)^2+5^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$

$(\sqrt{61})^2 \neq (\sqrt{52})^2 + 1^2$

$61 \neq 53 \Rightarrow$ <u>△ABC není pravoúhlý</u>

---

d) A[8;9], B[-3;8], C[3;3]

$|AB| = \sqrt{(-3-8)^2+(8-9)^2} = \sqrt{(-11)^2+(-1)^2} = \sqrt{122}$

$|BC| = \sqrt{(3+3)^2+(3-8)^2} = \sqrt{6^2+(-5)^2} = \sqrt{61}$

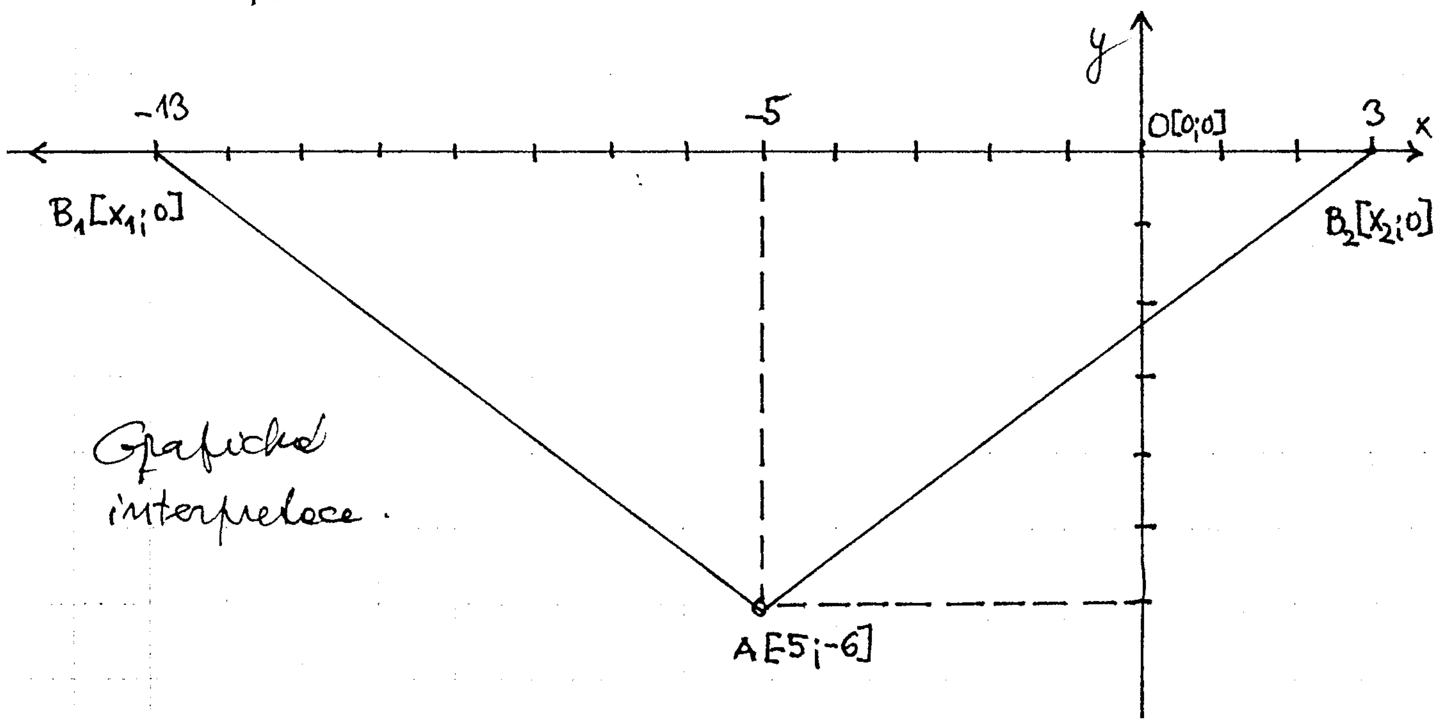
$|AC| = \sqrt{(3-8)^2+(3-9)^2} = \sqrt{(-5)^2+(-6)^2} = \sqrt{61}$

Platí, že $(\sqrt{61})^2 + (\sqrt{61})^2 = (\sqrt{122})^2$

$61 + 61 = 122 \Rightarrow$ <u>△ABC je pravoúhlý</u>.

---

⑦ Na ose O_x určete bod B tak, aby měl od bodu A[-5;-6] vzdálenost $d=10$.



Grafická interpretace.

Nechť hledaný bod B má souřadnice $[x;0]$. Pak platí:

$$\sqrt{[x-(-5)]^2+(0+6)^2} = 10$$

$$\sqrt{(x+5)^2+36} = 10 \qquad \text{umocníme obě strany rovnice.}$$

$$(x+5)^2+36 = 100$$

$$x^2+10x+25+36 = 100$$

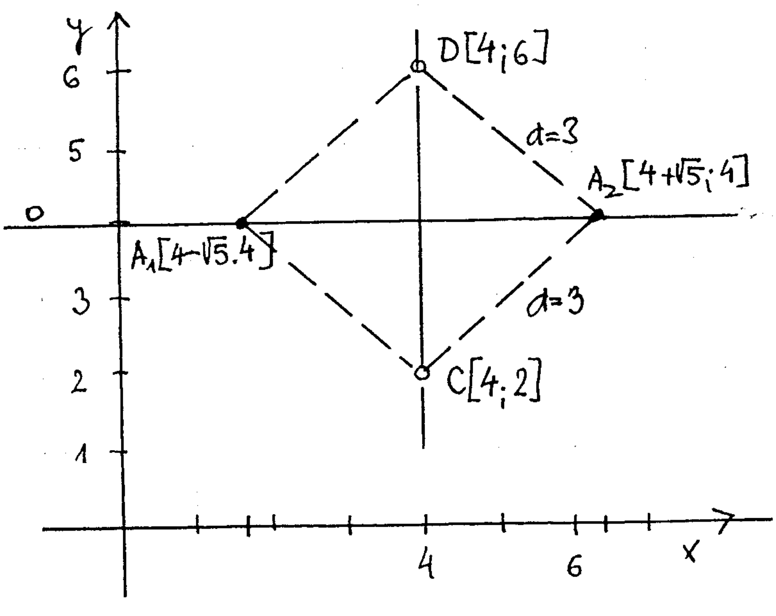
$$x^2+10x-39 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100+156}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{-10 \pm 16}{2} = \begin{cases} x_1 = -13 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Řešení: $B_1[-13;0]$, $B_2[3;0]$ Ve slíce jsou body chybně označeny X_1, X_2; toto označení text úlohy nepožadoval.

---

⑧ Vypočítejte souřadnice bodu A, který má od bodů $B[4;6]$ a $C[4;2]$ vzdálenost $d=3$.



Bod A musí ležet na ose o úsečky CD. Vzdálenost této osy od osy $\underline{x}$ se rovná 4 cm; y-ová souřadnice bodu A je proto 4. Bod A … $A[x;4]$

$\sqrt{(x-4)^2+(x-6)^2} = 3$, vzdálenost bodu A od bodů C, D je stejná, rovna 3.

$(x-4)^2+(x-6)^2 = 9$, $x=4$

$(x-4)^2+(4-6)^2 = 9$

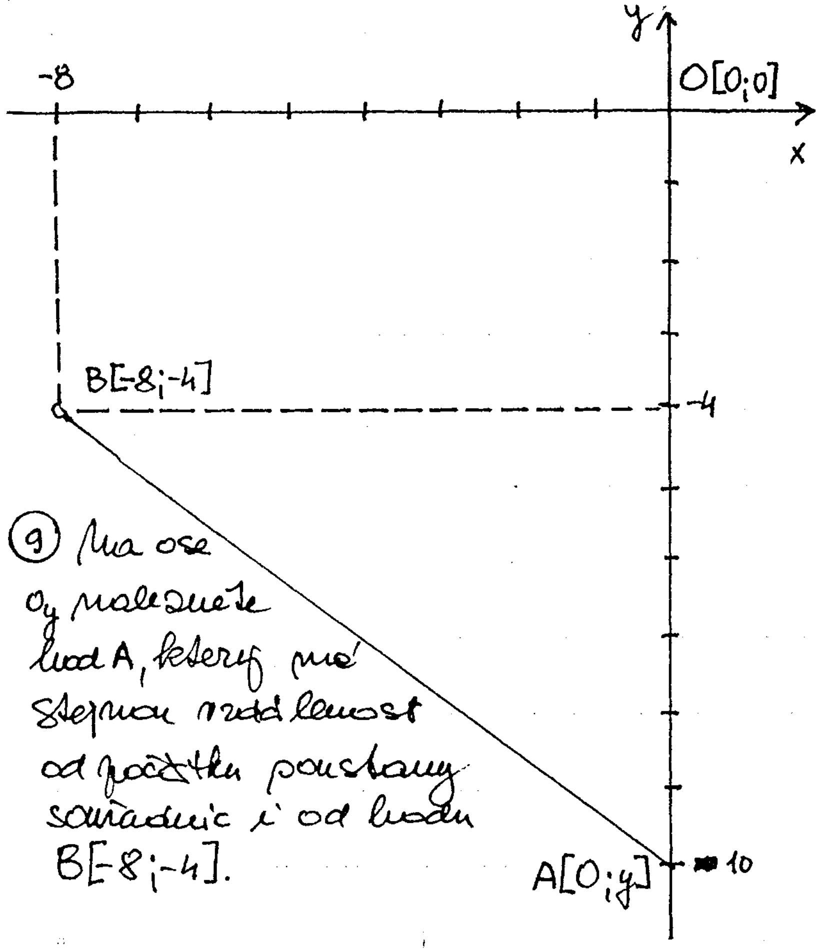
$$x^2-8x+16+4 = 9$$

$$x^2-8x+11 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 4 \pm \sqrt{5} = \begin{cases} 4+\sqrt{5} \\ 4-\sqrt{5} \end{cases}$$

$A_1[4-\sqrt{5};4]$
$A_2[4+\sqrt{5};4]$

Úloha má 2 řešení - viz obr.



(9) Na ose Oy naleznete bod A, který má stejnou vzdálenost od počátku soustavy souřadnic i od bodu B[-8;-4].

Protože hledaný bod je A, má souřadnice [0;y].

Platí: $|AB| = |AO|$

$|AB| = B - A =$

$= \sqrt{(-8-0)^2 + (-4-y)^2} =$

$= \sqrt{(-8)^2 + 16 + 8y + y^2} =$

$= \sqrt{64 + 16 + 8y + y^2} =$

$= \sqrt{y^2 + 8y + 80} = |AB|$

$|AO| = O - A \rightarrow$ je proměnná, nikoli číslo

$= \sqrt{(0-0)^2 - (y-0)^2} = \sqrt{y^2} = |AO|$

$|AB| = |AO|$

$\sqrt{y^2 + 8y + 80} = \sqrt{y^2} \quad \rightarrow \cancel{y^2} + 8y + 80 = \cancel{y^2}$

$8y = -80 \quad \rightarrow y = -10$

$\boxed{A[0;-10]}$

---

(10) Určete souřadnice středu S úsečky AB, je-li:

a) A[-3;-2], B[5;6]

Má-li bod S souřadnice $[s_1; s_2]$, pak platí:

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad ; \quad s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$\boxed{S[1;2]}$

---

b) A[-1;0], B[3;-7], $s_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$; $s_2 = \frac{0-7}{2} = -\frac{7}{2}$

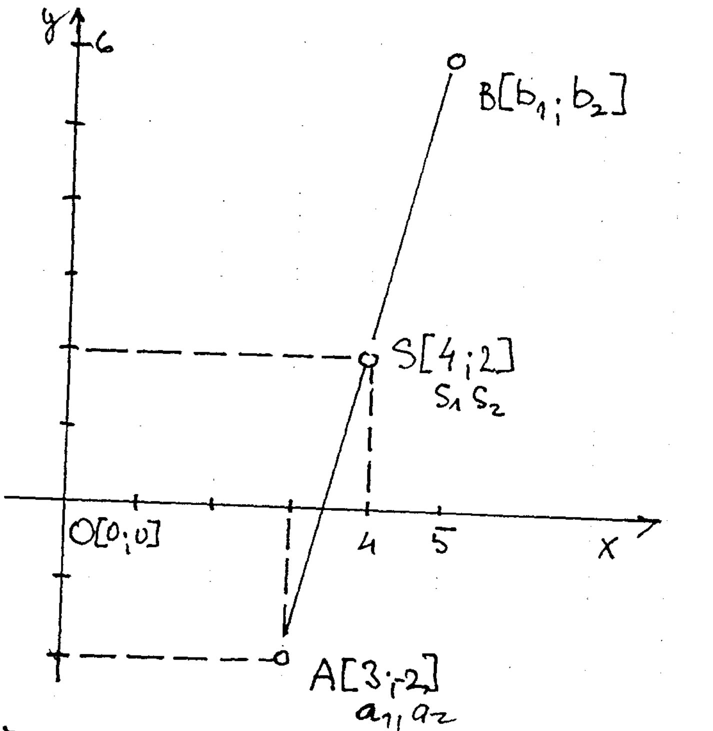
$\boxed{S\left[1; -\frac{7}{2}\right]}$

c) $A[2;2]$, $B[-4;-4]$, $s_1 = \frac{2-4}{2} = -1$, $s_2 = \frac{2-4}{2} = -1$ $\boxed{S[-1;-1]}$

d) $A[0;2]$, $B[2;0]$, $s_1 = \frac{0+2}{2} = 1$, $s_2 = \frac{2+0}{2} = 1$ $\boxed{S[1;1]}$

(11) Úsečka AB má krajní bod $A[3;-2]$ a střed $S[4;2]$. Určete druhý krajní bod.

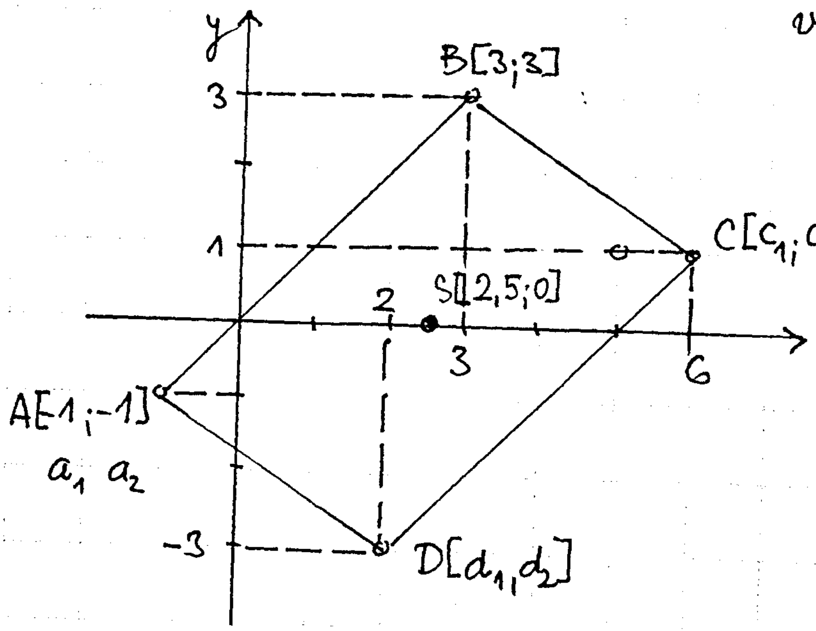
Viz obr. $B[b_1;b_2]$



$s_1 = \frac{a_1+b_1}{2}$	$s_2 = \frac{a_2+b_2}{2}$
$4 = \frac{3+b_1}{2}$	$2 = \frac{-2+b_2}{2}$
$3+b_1 = 8$	$-2+b_2 = 4$
$b_1 = 5$	$b_2 = 6$

$\boxed{B[5;6]}$

(12) V rovnoběžníku ABCD jsou dány vrcholy $A[-1;-1]$, $B[3;3]$ a průsečík úhlopříček $S[2,5;0]$. Určete zbývající vrcholy C, D.



Ve smyslu označení na obr. platí: pro AC

$s_1 = \frac{a_1+c_1}{2}$	$s_2 = \frac{a_2+c_2}{2}$
$2,5 = \frac{-1+c_1}{2}$	$0 = \frac{-1+c_2}{2}$
$-1+c_1 = 5$	$-1+c_2 = 0$
$c_1 = 6$	$c_2 = 1$

$\boxed{C[6;1]}$

Pro BD

$S_1 = \dfrac{b_1+d_1}{2}$ $\qquad$ $S_2 = \dfrac{b_2+d_2}{2}$ $\qquad$ $\boxed{D[2;-3]}$

$2{,}5 = \dfrac{3+d_1}{2}$ $\qquad$ $0 = \dfrac{3+d_2}{2}$

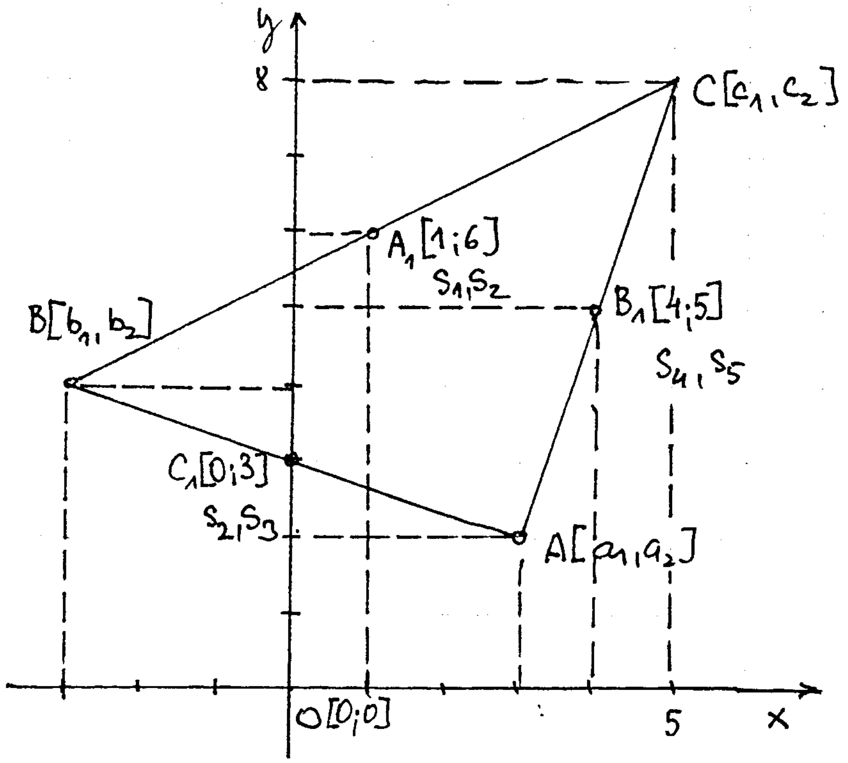
$3+d_1 = 5$ $\qquad$ $3+d_2 = 0$

$d_1 = 2$ $\qquad$ $d_2 = -3$

Po získání dalších poznatků je možné tuto úlohu a mnohé další řešit i jinak.

---

(13) Určete souřadnice vrcholů ΔABC, známe-li středy $A_1[1;6]$, $B_1[4;5]$, $C_1[0;3]$ jeho stran BC, AC a AB.



Ve smyslu označení na obr. platí:

$S_1 = \dfrac{b_1+c_1}{2}$

$1 = \dfrac{b_1+c_1}{2}$

$\boxed{b_1+c_1 = 2}$

$S_2 = \dfrac{b_2+c_2}{2}$

$6 = \dfrac{b_2+c_2}{2}$

$\boxed{b_2+c_2 = 12}$

$S_2 = \dfrac{a_1+b_1}{2}$	$S_3 = \dfrac{a_2+b_2}{2}$	$S_4 = \dfrac{a_1+c_1}{2}$	$S_5 = \dfrac{a_2+c_2}{2}$
$0 = \dfrac{a_1+b_1}{2}$	$3 = \dfrac{a_2+b_2}{2}$	$4 = \dfrac{a_1+c_1}{2}$	$5 = \dfrac{a_2+c_2}{2}$
$\boxed{a_1+b_1 = 0}$	$\boxed{a_2+b_2 = 6}$	$\boxed{a_1+c_1 = 8}$	$\boxed{a_2+c_2 = 10}$

Z výrazů, které jsou v rámečcích, vytvoříme soustavu šesti rovnic o 6 neznámých.

$a_1 + b_1 = 0$ (1)

$a_1 + c_1 = 8$ (2)

$a_2 + b_2 = 6$ (3)

$a_2 + c_2 = 10$ (4)

$b_1 + c_1 = 2$ (5)

$b_2 + c_2 = 12$ (6)

(1)+(2)

$2a_1 + \underbrace{b_1 + c_1}_{2} = 8$

$2a_1 + 2 = 8$

$2a_1 = 6$

$\boxed{a_1 = 3}$

do (1) $3 + b_1 = 0$

$\boxed{b_1 = -3}$

do (2) $3 + c_1 = 8$

$\boxed{c_1 = 5}$

(3)+(4)

$2a_2 + \underbrace{b_2 + c_2}_{12} = 16$

$2a_2 + 12 = 16$

$2a_2 = 4$

$\boxed{a_2 = 2}$

do (3)

$2 + b_2 = 6$

$\boxed{b_2 = 4}$

do (4)

$2 + c_2 = 10$

$\boxed{c_2 = 8}$

$A[a_1, a_2]$ … $A[3;2]$

$B[b_1, b_2]$ … $B[-3;4]$

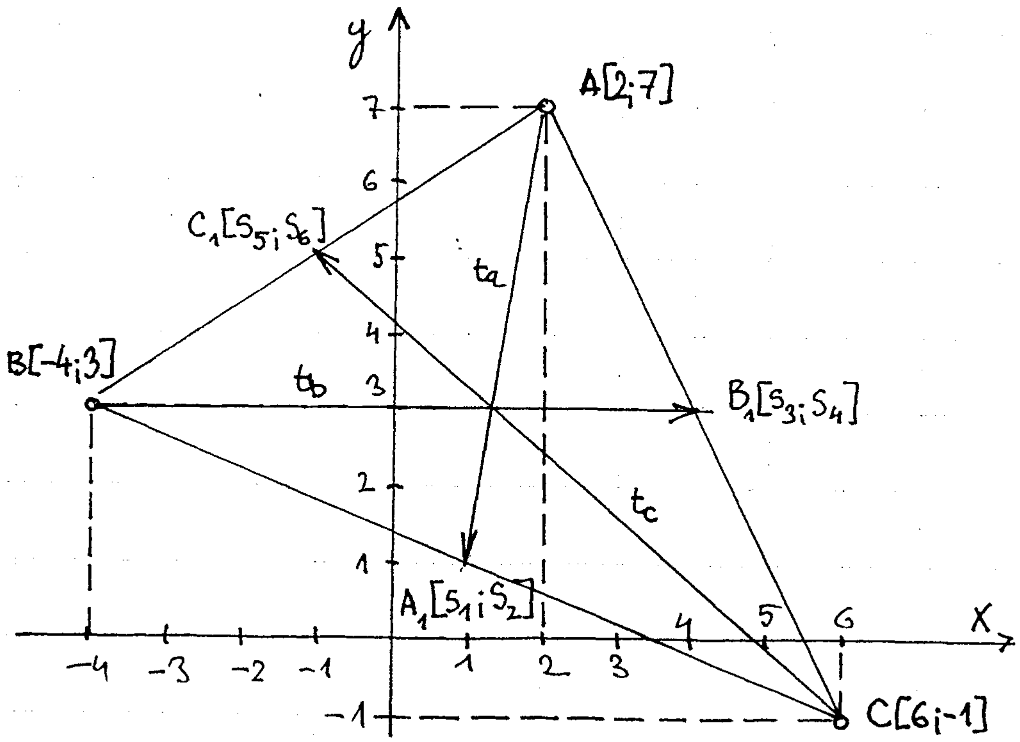
$C[c_1, c_2]$ … $C[5;8]$

Opět lze úlohu řešit jinak – pomocí vektorů, prozatím do rozvahy.

---

(14) Určete délky těžnic $\triangle ABC$, je-li:

a) $A[2;7]$, $B[-4;3]$, $C[6;-1]$



Výpočet se opírá o popis obrázku.

Nejdříve vypočítáme souřadnice středů stran ABC.

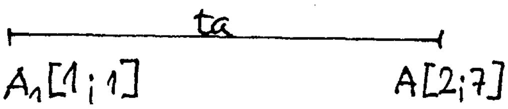
$s_1 = \frac{-4+6}{2}$, $s_2 = \frac{3-1}{2}$ | $s_3 = \frac{6+2}{2}$, $s_4 = \frac{7-1}{2}$ | $s_5 = \frac{-4+2}{2}$, $s_6 = \frac{7+3}{2}$

$s_1 = 1$, $s_2 = 1$ | $s_3 = 4$, $s_4 = 3$ | $s_5 = -1$, $s_6 = 5$

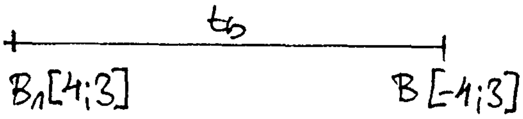
$A_1[1;1]$ | $B_1[4;3]$ | $C_1[-1;5]$

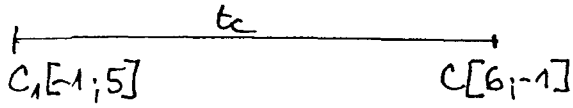
můžeme počítat též $A-A_1$ a výsledek bude stejný

$t_a = |AA_1| = A_1 - A = \sqrt{(1-2)^2+(1-7)^2} = \sqrt{(-1)^2+(-6)^2} = \sqrt{37}$ ... $\boxed{t_a = \sqrt{37}}$



$t_b = |BB_1| = B_1 - B = \sqrt{(4+4)^2+(3-3)^2} = \sqrt{8^2} = 8$ ... $\boxed{t_b = 8}$

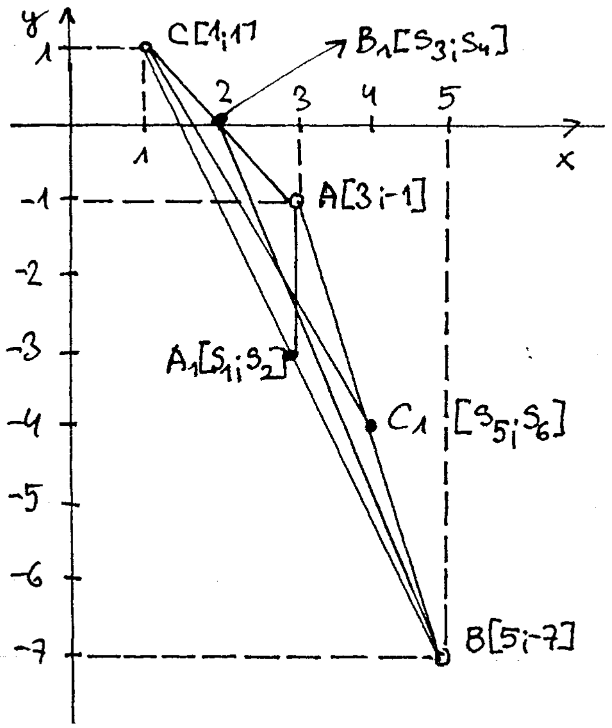




$t_c = |CC_1| = C_1 - C = \sqrt{(-1-6)^2+(5+1)^2} = \sqrt{(-7)^2+6^2} = \sqrt{85}$ ... $\boxed{t_c = \sqrt{85}}$

---

b) $A[3;-1]$, $B[5;-7]$, $C[1;1]$



Označení ta, tb, tc neopisuji - pro málo místa.

$s_1 = \frac{1+5}{2}$, $s_2 = \frac{1-7}{2}$

$s_1 = 3$, $s_2 = -3$ $\Big\}$ $A_1[3;-3]$

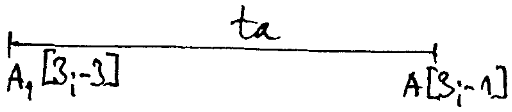
$s_3 = \frac{1+3}{2}$ $s_4 = \frac{1-1}{2}$

$s_3 = 2$, $s_4 = 0$ $\Big\}$ $B_1 = [2;0]$

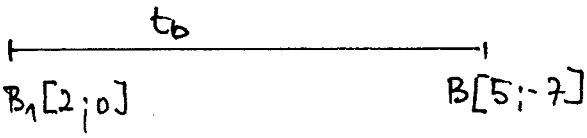
$s_5 = \frac{3+5}{2}$, $s_6 = \frac{-1-7}{2}$

$s_5 = 4$, $s_6 = -4$ $\Big\}$ $C_1[4;-4]$

$t_a = |AA_1| = A_1 - A = \sqrt{(3-3)^2+(-3+1)^2} = \sqrt{(-2)^2} = 2$ ... $\boxed{t_a = 2}$



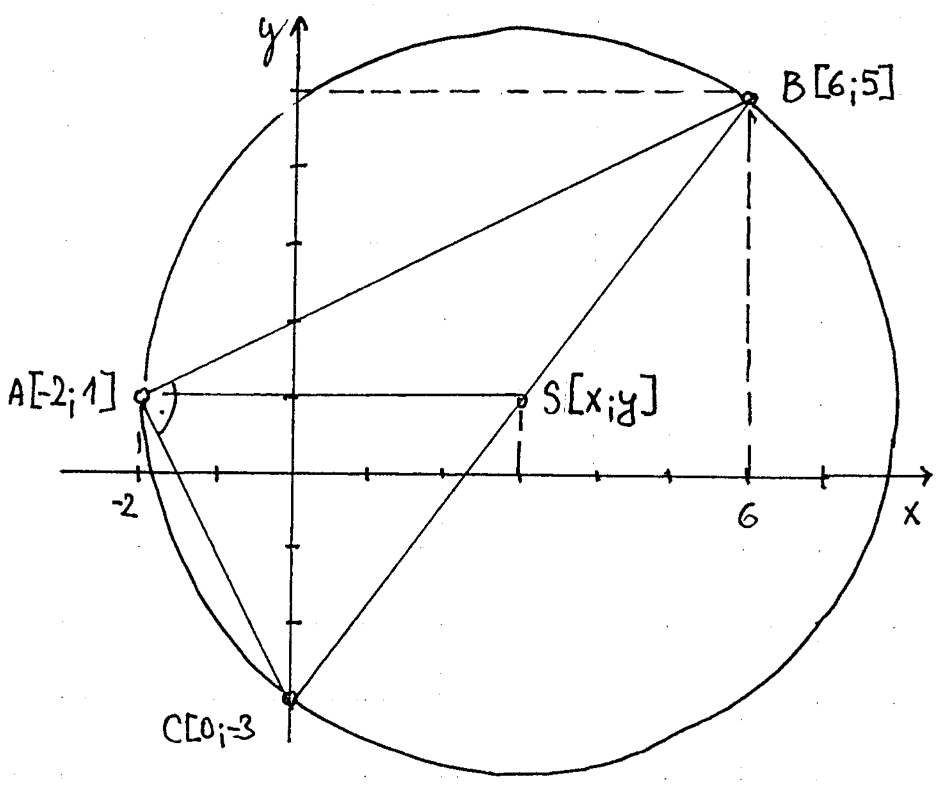
$t_b = |BB_1| = B_1 - B = \sqrt{(2-5)^2+(0+7)^2} = \sqrt{(-3)^2+7^2} = \sqrt{58}$ ... $\boxed{t_b = \sqrt{58}}$



$t_c = |CC_1| = C_1 - C = \sqrt{(4-1)^2+(-4-1)^2} = \sqrt{3^2+(-5)^2} = \sqrt{34}$ ... $\boxed{t_c = \sqrt{34}}$

---

* 15 Vypočítejte souřadnice středu S a poloměr r kružnice opsané $\triangle ABC$, je-li
$A[-2;1]$
$B[6;5]$
$C[0;-3]$.
Řešení ve smyslu obrázku.



Platí: $|SA| = |SB| = |SC| = r$

$r = |CS| = \sqrt{(x-0)^2+(y+3)^2} = \sqrt{x^2+y^2+6y+9}$ $\boxed{1}$

$r = |BS| = \sqrt{(x-6)^2+(y-5)^2} = \sqrt{x^2-12x+36+y^2-10y+25}$

$= \sqrt{x^2+y^2-12x-10y+61}$ $\boxed{2}$

$r = |AS| = \sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2} = \sqrt{x^2+4x+4+y^2-2y+1}$

$= \sqrt{x^2+y^2+4x-2y+5}$ $\boxed{3}$

Platí: $\underbrace{\boxed{1} = \boxed{2} \wedge \boxed{1} = \boxed{3}}_{\text{Stačí k výpočtu, viz dále.}} \wedge \boxed{2} = \boxed{3}$

$\boxed{1} = \boxed{2}$

$$\sqrt{x^2+y^2+6y+9} = \sqrt{x^2+y^2-12x-10y+61}$$ umocníme

$$\cancel{x^2+y^2}+6y+9 = \cancel{x^2+y^2}-12x-10y+61$$

$$6y+9 = -12x-10y+61$$

$$-12x-16y+52=0 \quad |:(-4)$$

$$\boxed{3x+4y-13=0}$$

$\boxed{1} = \boxed{3}$ už jen zkráceně

$$\cancel{x^2+y^2}+6y+9 = \cancel{x^2+y^2}+4x-2y+5$$

$$6y+9 = 4x-2y+5$$

$$4x-8y-4=0 \quad |:4$$

$$\boxed{x-2y-1=0}$$

Vyřešíme jako soustavu rovnic.

$$x-2y-1=0 \quad |\cdot(-3)$$
$$3x+4y-13=0$$

$$-3x+6y+3=0$$
$$3x+4y-13=0$$

$$10y=10$$

$$\boxed{y=1}$$
$$x-2\cdot1-1=0$$
$$\boxed{x=3}$$

$$\boxed{S[3;1]}$$

Poloměr r vypočítáme např. z $\boxed{1}$.

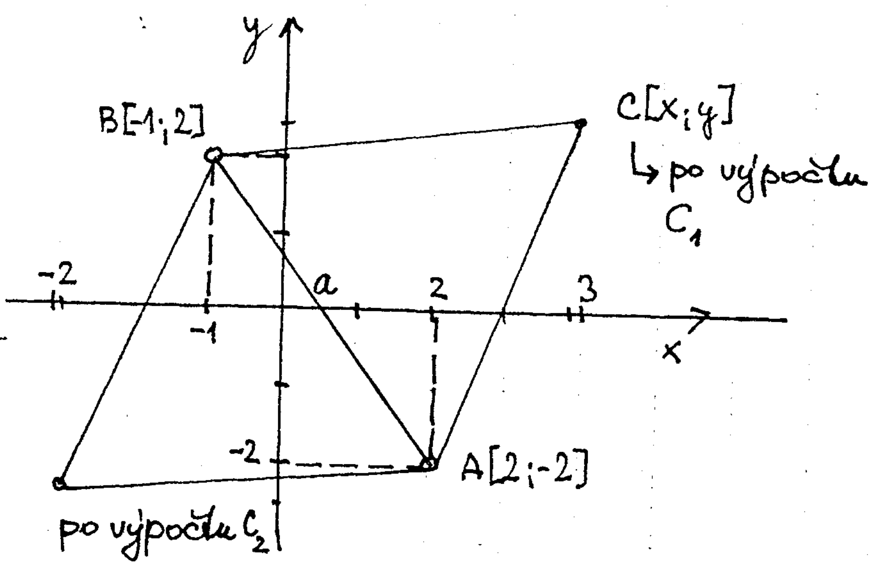
$$r=\sqrt{x^2+y^2+6y+9}$$

$$r=\sqrt{9+1+6+9} = \sqrt{25} \ \dots \ \boxed{r=5}$$

---

* (16) Jsou dány body $A[2;-2]$, $B[-1;2]$. Určete souřadnice bodu C tak, aby ABC byl rovnostranný trojúhelník.

Řešení: Označme souřadnice bodu C $x;y$ – viz obr. Platí:



$a = |AB| = \sqrt{(-1-2)^2+(2+2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$ $\boxed{1}$ neodmocňuj

$|AC| = \sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2}$ $\qquad$ $|BC| = \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}$

$|AC| = \sqrt{x^2-4x+4+y^2+4y+4}$ $\qquad$ $|BC| = \sqrt{x^2+2x+1+y^2-4y+4}$

$|AC| = \sqrt{x^2+y^2-4x+4y+8}$ $\boxed{2}$ $\qquad$ $|BC| = \sqrt{x^2+y^2+2x-4y+5}$ $\boxed{3}$

$\boxed{1} = \boxed{2} \wedge \boxed{1} = \boxed{3} \wedge \underbrace{\boxed{2} = \boxed{3}}$

$$\sqrt{x^2+y^2-4x+4y+8} = \sqrt{x^2+y^2+2x-4y+5}$$

$$\cancel{x^2+y^2}-4x+4y+8 = \cancel{x^2+y^2}+2x-4y+5$$

$$-4x+4y+8 = 2x-4y+5$$

$$6x-8y-3 = 0$$

$$8y = 6x-3$$

$$y = \frac{6x-3}{8}$$

, dosadíme např. do $\boxed{2}$ a využijeme i vztah $\boxed{1}$

$$\sqrt{x^2+y^2-4x+4y+8} = \sqrt{25}$$

$$x^2+y^2-4x+4y+8 = 25$$

$$x^2+\left(\frac{6x-3}{8}\right)^2-4x+4\cdot\frac{6x-3}{8}+8 = 25$$

$$x^2+\frac{36x^2-36x+9}{64}-4x+\frac{6x-3}{2}-17 = 0 \quad |\cdot 64$$

$$64x^2+36x^2-36x+9-256x+(6x-3)\cdot 32-1088 = 0$$

$$100x^2-36x+9-256x+192x-96-1088 = 0$$

$$100x^2-100x-1175 = 0 \quad |:25$$

$$4x^2-4x-47 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4\pm\sqrt{16+752}}{8} = \frac{4\pm\sqrt{768}}{8} = \frac{4\pm\sqrt{256\cdot 3}}{8} = \frac{4\pm 16\cdot\sqrt{3}}{8} =$$

$$= \frac{1\pm 4\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{1+4\sqrt{3}}{2} \\ x_2 = \dfrac{1-4\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$y_1 = \frac{6x_1 - 3}{8} = \frac{6 \cdot \frac{1+4\sqrt{3}}{2} - 3}{8} = \frac{3.(1+4\sqrt{3})-3}{8} = \frac{3+12\sqrt{3}-3}{8} =$$

$$= \frac{12\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$y_2 = \frac{6x_2 - 3}{8} = \frac{6 \cdot \frac{1-4\sqrt{3}}{2} - 3}{8} = \frac{3.(1-4\sqrt{3})-3}{8} = \frac{3-12\sqrt{3}-3}{8} =$$

$= \frac{-12\sqrt{3}}{8} = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$. Úloha má dvě řešení body C_1 a C_2:

$$\boxed{C_1\left[\frac{1+4\sqrt{3}}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right]} \quad \boxed{C_2\left[\frac{1-4\sqrt{3}}{2}, \frac{-3\sqrt{3}}{2}\right]}$$

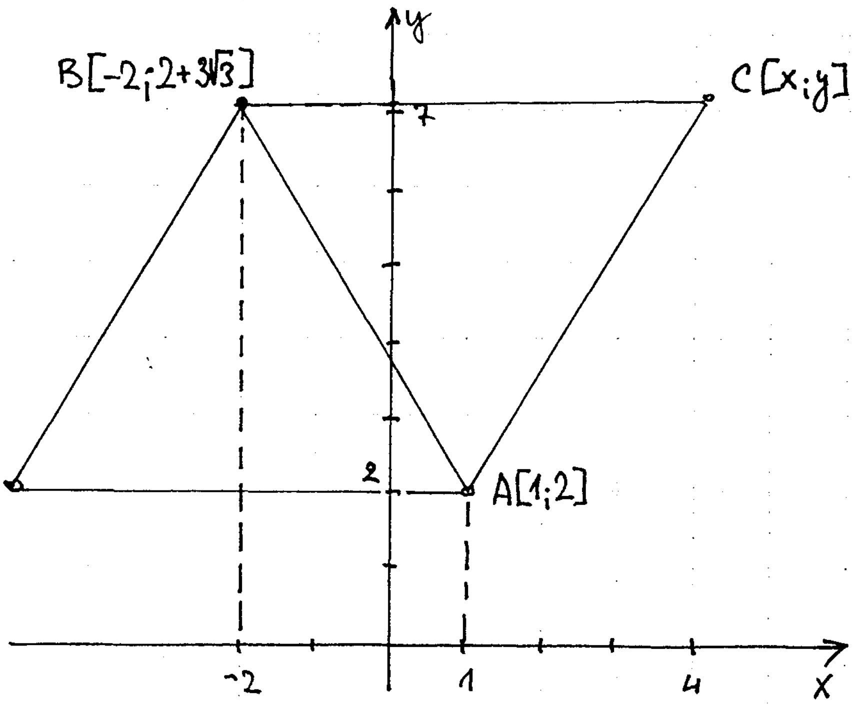
Souřadnice lze vyjádřit zaokrouhlenými deset. čísly:

$C_1\,[3{,}96; 2{,}59]$, $C_2\,[-2{,}96; -2{,}59]$ a ověřit na obrázku.

---

* (17) Určete souřadnice bodu C tak, aby △ABC byl rovnostranný, je-li $A[1;2]$, $B[-2;2+3\sqrt{3}]$.

Při výpočtu lze postupovat stejně jako v př. (16). Pro časovou náročnost ho však vynechávám.



KONEC ČLÁNKU 4.2