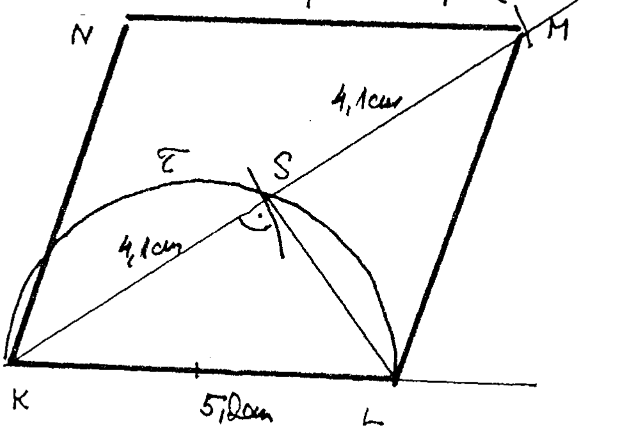
12 b) KONSTRUKCE ČTYŘÚHELNÍKA DANÝCH VLASTNOSTÍ

Příklad 1: Sestrojte kosodélník KLMN s průsečíkem S jeho úhlopříček KM a LN, je-li

a) $|KL| = 5{,}2$ cm, $|KM| = 8{,}2$ cm

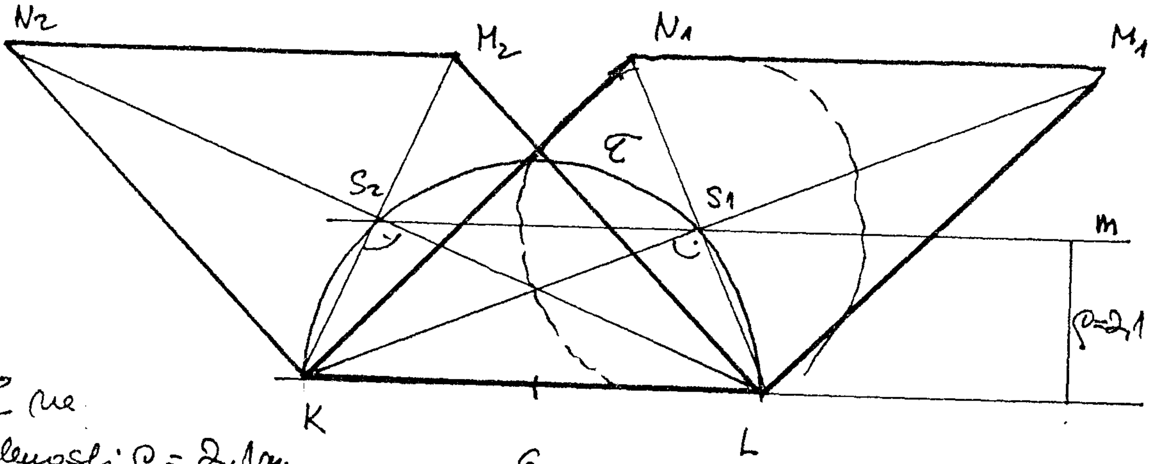


nejdříve sestrojíme ΔKLS podle věty Ssu; ten je pravoúhlý, vrchol S leží na Thaletově kružnici....

1 řešení

b) $|KL| = 6$ cm, $\rho = 2{,}1$ cm, ρ je poloměr kružnice k, která je tomuto kosodélníku vepsána

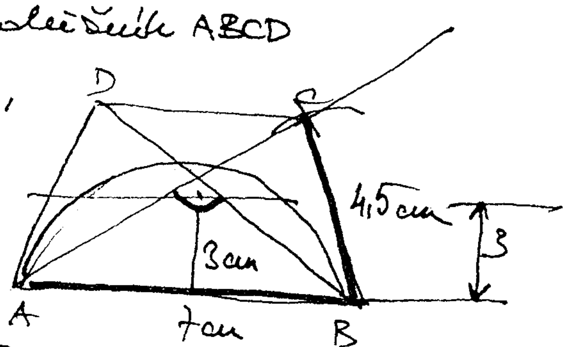
Úloha má 2 řešení: čtyřúhelník KLM_1N_1 a KLM_2N_2

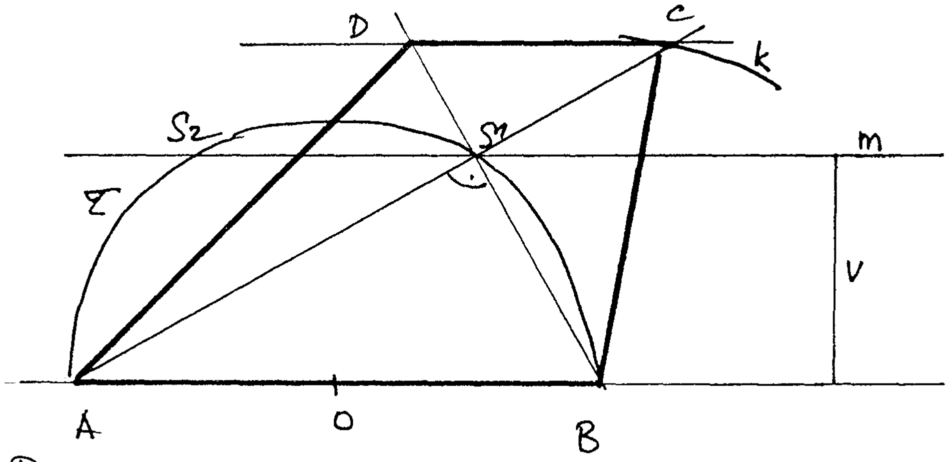


$m \parallel \overleftrightarrow{KL}$ ve vzdálenosti $\rho = 2{,}1$ cm

$S_1 \in \tau \cap m$, $S_2 \in \tau \cap m$ atd.

Příklad 2: Sestrojte lichoběžník ABCD se základnou AB délky 7 cm, ramenem BC délky 4,5 cm a s průsečíkem S navzájem kolmých úhlopříček AC, BD. Vzdálenost S od AB je 3 cm.





Postup: 1) AB; $|AB| = 7$ cm

2) m; $m \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ve vzdálenosti $v = 3$ cm $(|m\,\overleftrightarrow{AB}| = 3$ cm$)$

3) τ; $\tau(O, \frac{|AB|}{2} = 3{,}5)$; O je střed AB

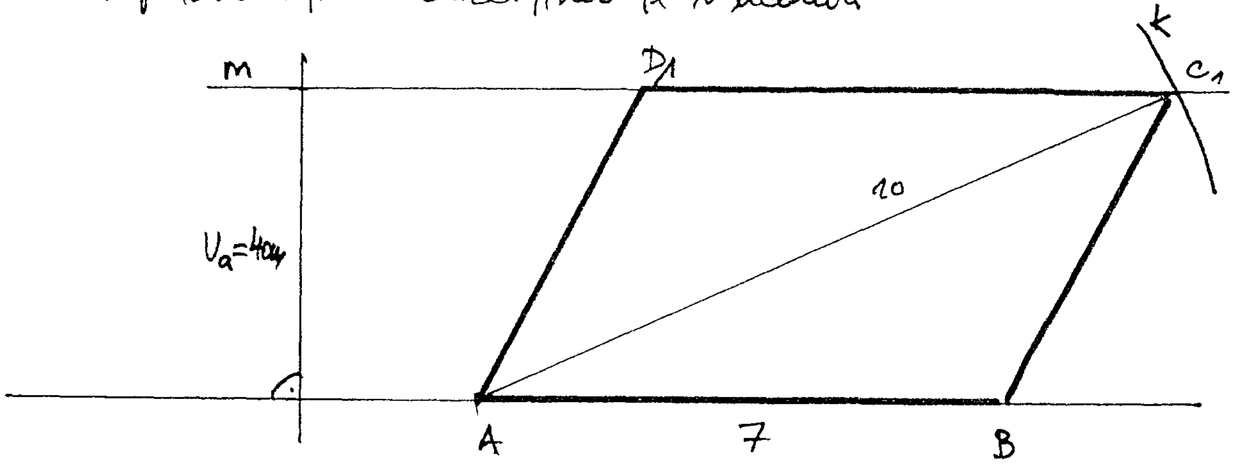
4) S_1, S_2; $m \cap \tau = \{S_1; S_2\}$

5) k; $k(B; |BC| = 4{,}5$ cm ... 6) C; $C \in \overleftrightarrow{AS_1} \cap k$ atd.

Poznámka: Bod S_2 nevede k řešení, úloha má 1 řešení.

Příklad 3 (6/105-uč.): Sestrojte rovnoběžník ABCD, je-li $|AB| = 7$ cm, $|AC| = e = 10$ cm, $v_a = 4$ cm.

Postup volím jednodušší, než je v učebnici.



1) AB; $|AB| = 7$ cm

2) m; $m \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ve vzdál. $v_a = 4$ cm

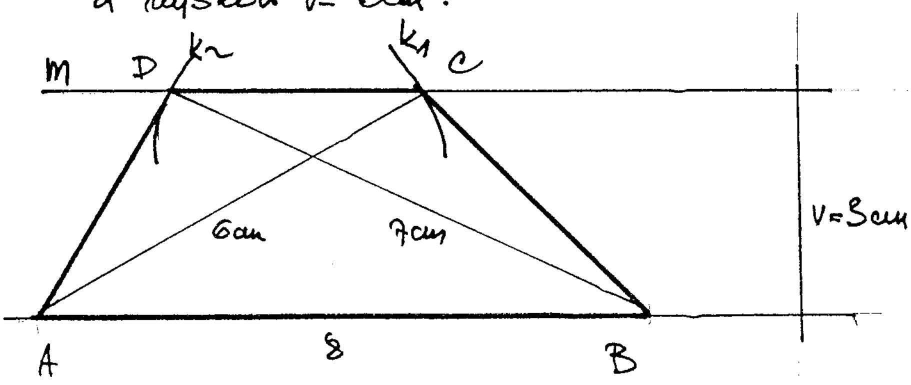
3) k; $k(A; r = e = 10$ cm$)$

4) C; $C \in k \cap m$ atd.

Poznámka: Kružnice k protíná přímku m ještě v dalším bodě C_2 (vlevo mimo obrázek).

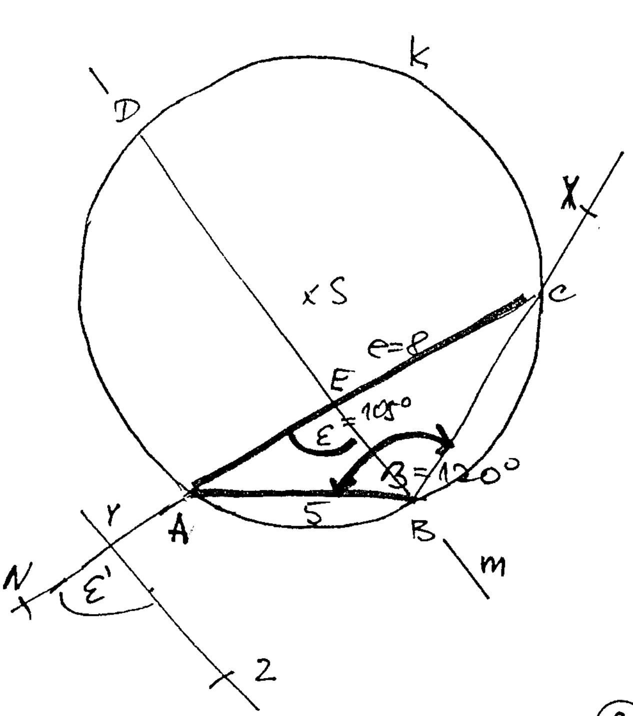
Řešením jsou dva rovnoběžníky ABC_1D_1 a ABC_2D_2, které však nejsou shodné.

Příklad 4: Sestrojte lichoběžník ABCD se základnou AB délky 8cm, s úhlopříčkami AC délky 6cm a BD délky 7cm a výškou v = 3cm.



1) AB; $|AB| = 8cm$
2) m; $m \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ve vzdálenosti $v = 3cm$ $\left(|m \overleftrightarrow{AB}| = 3cm \right)$
3) k_1; $k_1(A; |AC| = 6cm)$
4) C; $C \in k_1 \cap m$; 5) k_2; $k_2(B; |BD| = 7cm)$
6) D; $D \in k_2 \cap m$
7) lichoběžník ABCD

Příklad 5: Sestrojte tětivový čtyřúhelník ABCD, ve kterém je $|AB| = 5cm$, $|AC| = e = 8cm$, $\beta = 120°$, $\varepsilon = 105°$, kde $\varepsilon = |\sphericalangle AEB|$ (E je průsečík úhlopříček AC, BD).

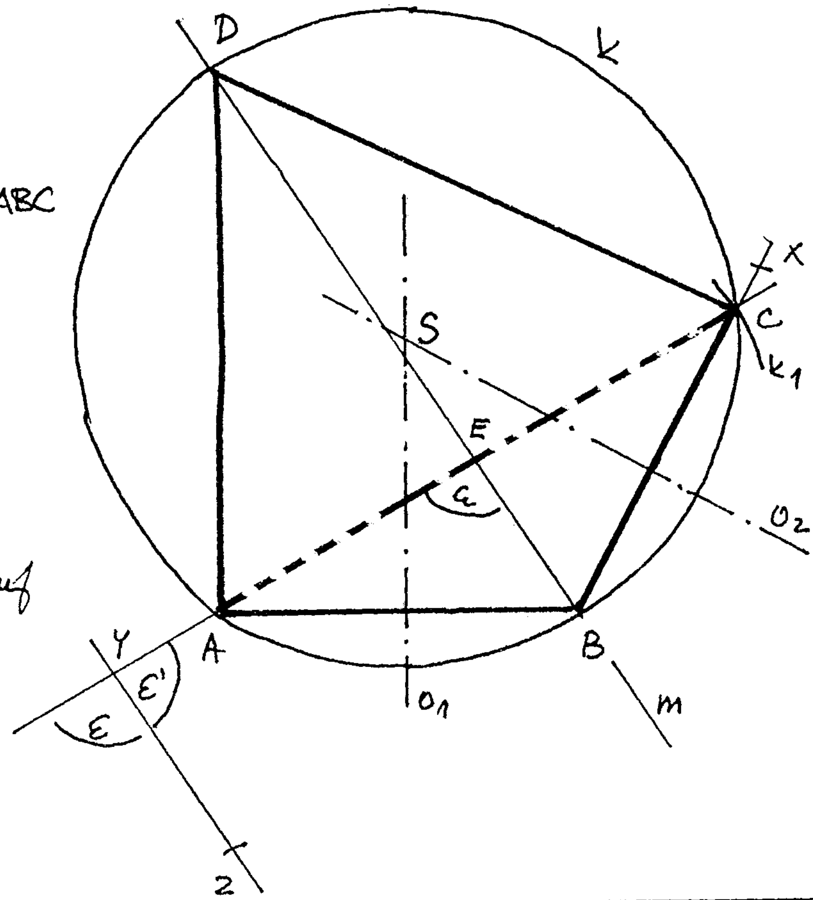


Definice: Čtyřúhelník, jehož vrcholy leží na kružnici, se nazývá tětivový čtyřúhelník.

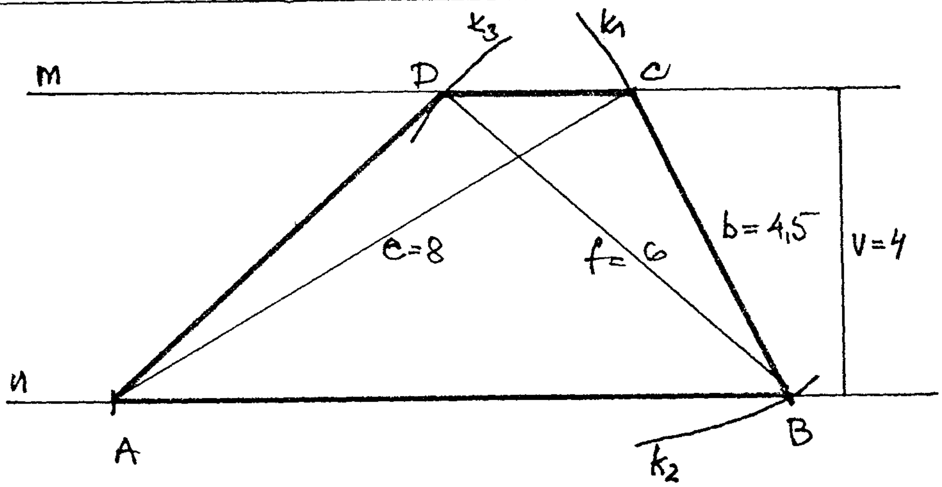
Rozbor: AC rozdělí čtyřúhelník na 2Δ. Trojúhelník ABC sestrojíme podle věty Ssu. ΔABC pak opíšeme kružnici k známým postupem pomocí os dvou stran...
Poté vyneseme pomocný úhel ε' a ten posuneme...

Postup: 1) AB; $|AB| = 5\,cm$
2) $\measuredangle ABX$; $|\measuredangle ABX| = \beta = 120^\circ$

3) k_1; $k_1(A;\ e = 8\,cm)$
4) C; $C \in \overrightarrow{BX} \cap k_1$
5) $\triangle ABC$ (Ssu)
6) k; kružnice opsaná $\triangle ABC$
7) ε'; $\varepsilon' = |\measuredangle AYZ| = 105^\circ$
8) m; $m \parallel \overleftrightarrow{YZ} \wedge B \in m$
9) E; $E \in m \cap \overleftrightarrow{AC}$
10) D; $D \in k \cap \overleftrightarrow{BE}$
11) $ABCD$; požadovaný čtyřúhelník



Příklad 6: Sestrojte lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$; $e = |AC| = 8\,cm$, $f = |BD| = 6\,cm$, $b = |BC| = 4{,}5\,cm$, $v = 4\,cm$)



1) m, n; $|mn| = 4\,cm$
2) A; $A \in n$
3) k_1; $k_1(A;\ e = 8\,cm)$
4) C; $C \in k_1 \cap m$
5) k_2; $k_2(C;\ b = 4{,}5\,cm)$
6) B; $B \in k_2 \cap n$
7) k_3; $k_3(B;\ f = 6\,cm)$
8) D; $D \in k_3 \cap m$
9) lich. ABCD – jedno řešení

Příklad 6: Sestrojte čtyřúhelník ABCD:

($\alpha = 60°$, $\beta = 100°$, $\gamma = 90°$,

$a = |AB| = 6{,}5\,cm$, $e = |AC| = 10\,cm$

$= 8\,cm$)

Postup:

1) AB ; $|AB| = 6{,}5\,cm$

2) $\sphericalangle XAB$; $|\sphericalangle XAB| = \alpha = 60°$

3) $\sphericalangle ABY$; $|\sphericalangle ABY| = \beta = 100°$

4) k ; $k(A\,;\,e = 8\,cm)$

5) C ; $C \in k \cap \overrightarrow{BY}$

6) $\overleftrightarrow{CZ}$; $\overleftrightarrow{CZ} \perp \overrightarrow{BY}$

7) D ; $D \in \overleftrightarrow{CZ} \cap \overrightarrow{AX}$

8) čtyřúhelník ABCD
(1 řešení)