1 Tuhé těleso a jeho pohyb

Tuhé těleso (TT) – působením vnějších sil se nemění jeho tvar ani objem ➔ nedochází k jeho deformaci

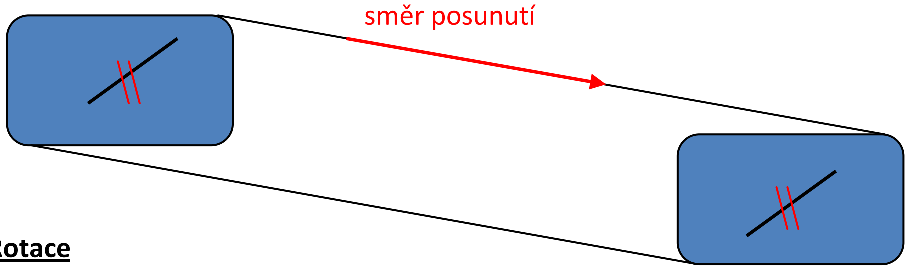
- ⇨ neuvažuje se jeho částicová struktura, těleso považujeme za tzv. **kontinuum** – spojité prostředí

Pohyb TT :

- ⇨ posuvný (translace)
- ⇨ otáčivý (rotace)

Translace

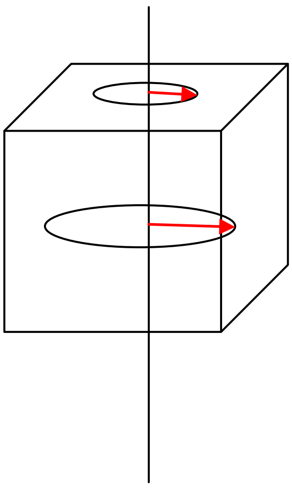
Úsečka pevně spojená s tělesem je stále rovnoběžná s původní polohou.



Rotace

Všechny body tělesa se otáčí stejnou úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$.

Těleso se otáčí kolem **nehybné osy**.



- ⇨ body opisují kružnice
- ⇨ středy kružnic leží na ose otáčení

$v_1 = \omega\ r_1$

$v_2 = \omega\ r_2$

$v_3 = \omega\ r_3$

……

Př. bruska, vrtačka, dveře, soustruh

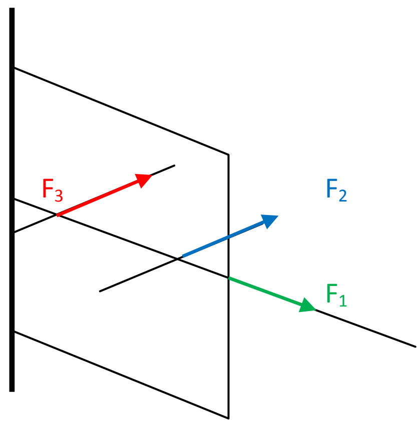
2 Moment síly vzhledem k ose otáčení

- ⇨ abychom těleso roztočili, musíme na něj působit silou
- ⇨ předpokládáme (pro jednoduchost) že síla F ⊥ na osu otáčení

Otáčivý účinek síly závisí na:

- ⇨ velikosti síly
- ⇨ směru síly
- ⇨ poloze působiště

Př. dveře - $F_1 = F_2 = F_3$ ale F_1 dveřmi neotočí a F_2 otočí snadněji než F_3



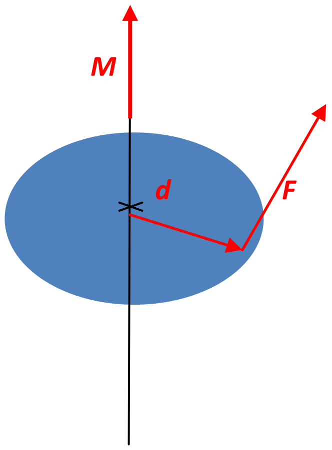
M – moment síly vzhledem k ose otáčení **[M] = N · m**

$$\boldsymbol{M = d \times F = d\,F\,sin\alpha}$$

× … vektorový součin (matematika 3. ročníku)

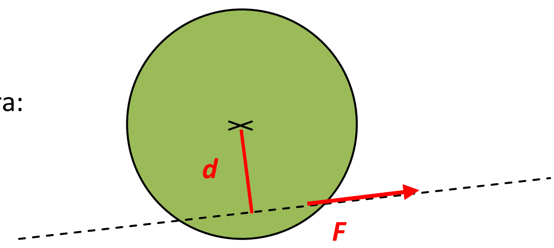
Pro $\boldsymbol{F \perp d}$

$$\boldsymbol{M = d\,F}$$



d … rameno síly
(na kolmici k působící síle a prochází osou otáčení)

pohled shora:



Směr ***M*** – pravidlo pravé ruky:

Položíme-li pravou ruku na těleso tak, aby prsty ukazovaly směr otáčení, vztyčený palec ukazuje směr momentu síly.

Při působení více sil na těleso:

M – výsledný moment sil

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots \vec{M}_n$$

Momentová věta:

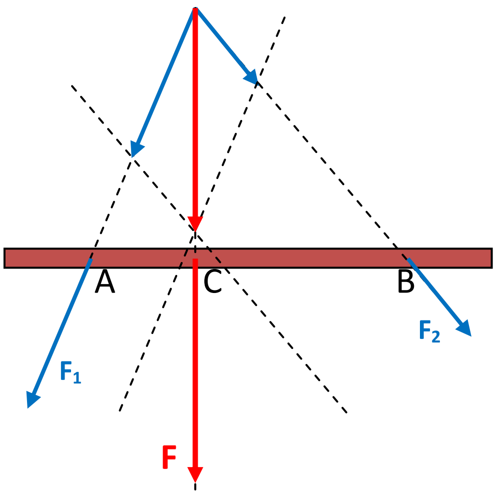
Otáčivé účinky sil působících na TT otáčivé kolem nehybné osy se navzájem ruší, je-li vektorový součet momentů všech sil vzhledem k ose otáčení nulový:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots \vec{M}_n = 0$$

3 Skládání sil

Výslednice sil je dána vektorovým součtem jednotlivých sil.

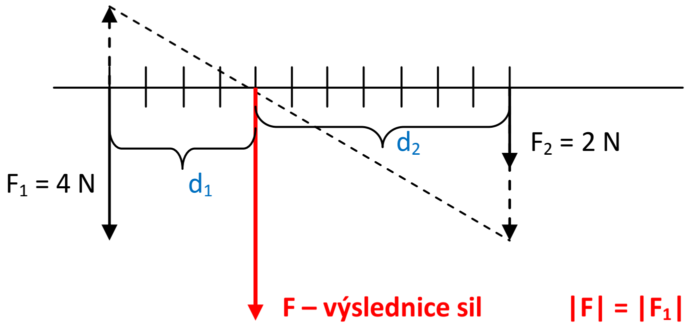
$$\vec{F} = F_1 + \vec{F}_2 + \cdots \vec{F}_n$$



Na těleso působí v bodech A a B síly F_1 a F_2
Tyto síly můžeme nahradit působením jediné síly v bodě C o velikosti vektorového součtu F_1 a F_2

Speciální případy

a) rovnoběžné síly souhlasně orientované (stejného směru)



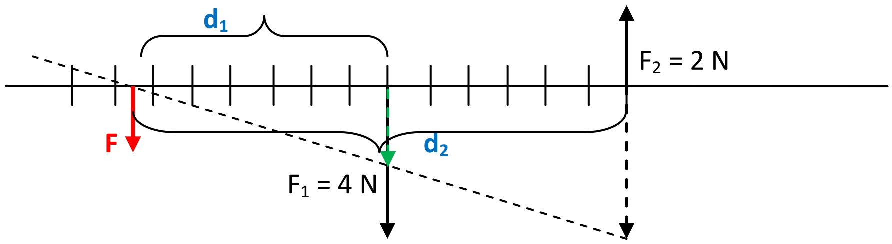
F – výslednice sil **|F| = |F₁| + |F₂|** **směr shodný se** směrem **F_1, F_2**

Otáčivý účinek sil F_1 a F_2 lze nahradit účinkem síly jediné ➔ výslednice F
Výsledný moment sil je roven nule, tj. M = 0, protože tyč se neotáčí.

$$M_1 = M_2$$

$$\boxed{d_1 F_1 = d_2 F_2}$$

b) rovnoběžné síly opačně orientované (opačného směru)



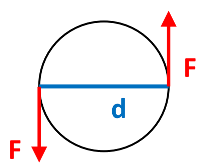
F – výslednice sil
|F| = |F₁ – F₂|
směr shodný se směrem **větší síly F_1**

Otáčivý účinek sil F_1 a F_2 lze nahradit účinkem síly jediné ➔ výslednice F
Výsledný moment sil je roven nule, tj. M = 0, protože tyč se neotáčí.

$$M_1 = M_2$$

$$\boxed{d_1 F_1 = d_2 F_2}$$

4 Dvojice sil



⇨ dvě stejně veliké síly opačného směru

moment dvojice sil … D

$$\boxed{D = F \cdot d}$$

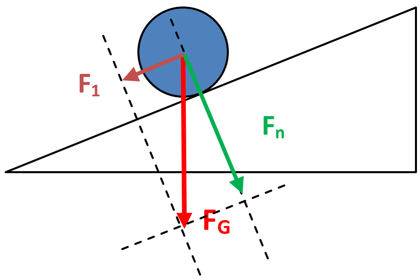
⇨ nezávisí na vzdálenosti od osy otáčení

d … rameno dvojice sil ➔ kolmá vzdálenost vektorů sil

5 Rozklad sil

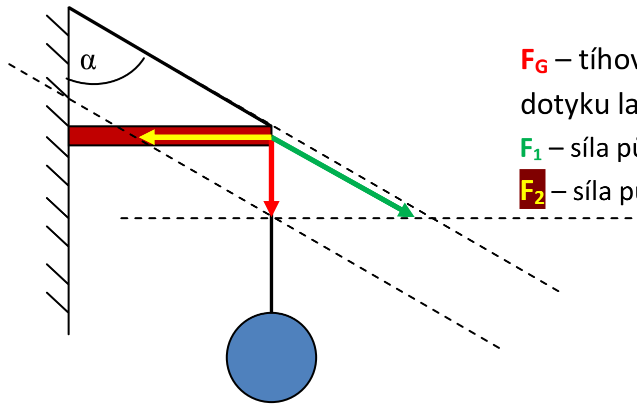
- **rozložit sílu na složky znamená najít 2 a více sil, jejich složením vznikne výslednice totožná s původní silou**

Př. 1 – nakloněná rovina



Při pohybu na nakloněné rovině na těleso působí pouze výsledná tíhová síla. Tuto sílu můžeme rozložit na dvě kolmé složky: F_n (tlaková síla na nakloněnou rovinu) a F_1 (síla ve směru pohybu)

Př. 2 – nosník (traverza)

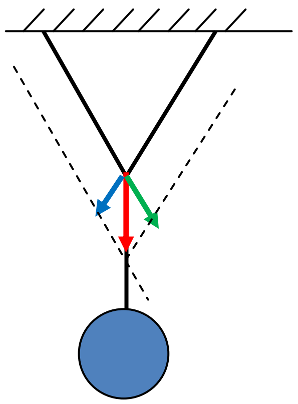


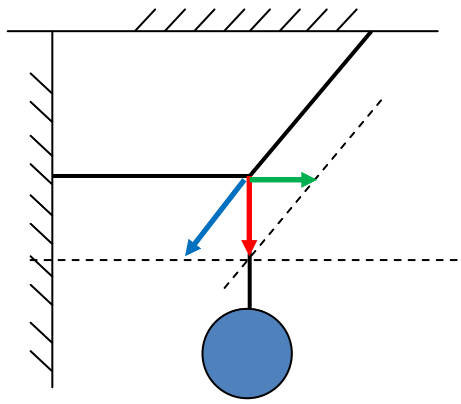
F_G – tíhová síla ➔ výsledná síla působící v místě dotyku lana s nosníkem

F_1 – síla působící na lano

F_2 – síla působící na nosník

Př. 3 – závěsná lana





6 Těžiště tělesa

- ⇨ působiště tíhové síly F_G působící na těleso v homogenním tíhovém poli

experimentální určení těžiště:

- ⇨ těleso zavěšujeme různými konci na provázek, který vytyčí na tělese težnici
- ⇨ těžiště je průsečíkem těžnic

poloha těžiště ➔ je dána rozložením látky v tělese

zvláštní případy:

a) stejnorodé těleso mající střed souměrnosti (např. koule, krychle) ➔ T je totožné se středem
b) stejnorodé těleso mající osu souměrnosti (válec, kužel) ➔ T leží na této ose
c) těžiště mimo těleso ➔dutá koule, prstenec, provazochodec s tyčí

Výpočet těžiště tělesa u stejnorodého předmětu složeného z různě hmotných částí:

Těleso složené z jednotlivých částí o hmotnostech m_1, m_2, m_3, …, m_n
Výsledný moment všech sil musí být roven nule – těleso podepřené v těžišti se neotáčí:
x_1, x_2, …, x_n ➔ vzdálenosti středů jednotlivých částí od počátku souřadné soustavy [0;0] jestliže těleso umístíme ve směru osy x a kraj první části je v počátku

$$\boxed{x_T = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}}$$

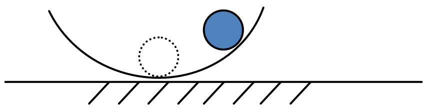
7 Rovnovážná poloha tuhého tělesa

<u>Rovnovážná poloha:</u>

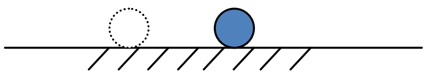
- ⇨ výslednice všech sil je nula ➔ těleso nekoná posuvný pohyb ➔ $\boldsymbol{F = F_1 + F_2 + \ldots + F_n = 0}$
- ⇨ výslednice všech momentů sil je nula ➔ těleso se neotáčí ➔ $\boldsymbol{M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0}$

<u>Typy rovnovážných poloh:</u>

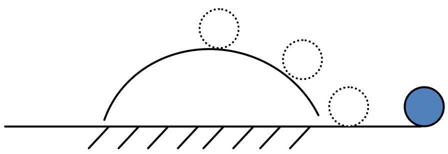
a) stálá – stabilní ➔ při vychýlení tělesa z této polohy se zvětšuje jeho E_p, těžiště stoupá



b) volná – indiferentní ➔ při vychýlení zůstává těleso v rovnovážné poloze, E_p se nemění



c) vratká – labilní ➔ při vychýlení se nadále zvětšuje výchylka tělesa, T klesá až do doby, kdy těleso zaujme jednu z předchozích dvou poloh



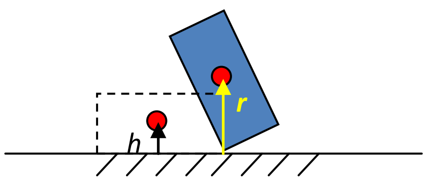
<u>Stabilita tělesa</u>

- ⇨ určuje stálost rovnovážné polohy
- ⇨ práce, kterou je nutno vykonat, abychom těleso dostali **z polohy stabilní do polohy labilní**

poloha těžiště vyznačena 

r – vzdálenost těžiště T od osy otáčení (např. od hrany, kolem které se těleso otáčí)

h – původní výška těžiště T



$$\boldsymbol{W = F_G\,(r - h)}$$

8 Kinetická energie tuhého tělesa

a) posuvný pohyb

- ⇨ rozložíme-li těleso na jednotlivé části o hmotnostech m_1, m_2, …, m_n, které se všechny pohybují stejnou rychlostí ***v***, je celková kinetická energie dána součtem jednotlivých energií
- ⇨ $E_K = ½\ m_1v^2 + ½\ m_2v^2 + … = ½\ v^2\ (m_1 + … m_n) = ½\ mv^2$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$$

b) otáčivý pohyb

- ⇨ těleso se otáčí konstantní úhlovou rychlostí ω
- ⇨ obvodové rychlosti jednotlivých bodů jsou různé ➔ $v_1 \neq v_2 \neq \ldots \neq v_n$
- ⇨ $v_n = \omega \cdot r_n$
- ⇨ $E_K = ½\ m_1v_1^2 + ½\ m_2v_2^2 + … = ½\ m_1\ \omega^2\ r_1^2 + ½\ m_2\ \omega^2\ r_2^2 + … = ½\ \omega^2\ (m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + …)$

J – moment setrvačnosti tuhého tělesa vzhledem k ose otáčení **[J] = kg · m²**

- ⇨ Vyjadřuje rozložení látky v tělese vzhledem k ose otáčení

$$\boxed{J = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + … + m_nr_n^2}$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}J \cdot \omega^2}$$

Momenty setrvačnosti některých těles (m – hmotnost tělesa, R – poloměr tělesa, l - délka

a) prstenec $J_0 = m\,R^2$

b) válec $J_0 = ½\,m\,R^2$

c) koule $J_0 = 2/5\,m\,R^2$

d) tyč $J_0 = 1/12\,m\,l^2$

- ⇨ při otáčení tělesa kolem nehybné osy působí na jednotlivé body setrvačné síly ➔ namáhají osu
- ⇨ **volná osa** – setrvačné síly se navzájem ruší, osa není namáhána a prochází vždy těžištěm T
- ⇨ **setrvačník** – tuhé těleso otáčivé kolem volné osy vzhledem k níž má velký moment setrvačnosti; osa setrvačníku při velké úhlové rychlosti ω zachovává svůj směr (př. parní stroje, stabilizace lodí, umělý horizont v letadle, hračka – káča, hybridní automobily)
- ⇨ **celková kinetická energie tělesa, které koná současně posuvný a otáčivý pohyb**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$