

HYDROSTATIKA

Pr. 1. Na vodní hladině plave ledová ká.

Jaká část objemu vyčnívá nad vodní povrch vody?

$$\rho_{\text{led}} = 900 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$



$$V = V_1 + V' \quad (1)$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- na ponořené část působí vztlaková síla

$$F_{vz} = V' \rho_{\text{H}_2\text{O}} g \quad \text{ktará je v rovnováze}$$

$$\text{s tíhovou silou} \quad F_G = mg = \rho_{\text{led}} \cdot V \cdot g$$

$$V' \rho_{\text{H}_2\text{O}} g = \rho_{\text{led}} V g$$

$$V' = \frac{\rho_{\text{led}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot V$$

ka V' dosadíme $V - V_1$
 do (1)

$$V - V_1 = \frac{\rho_{\text{led}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot V$$

vyjádříme V_1

vytkneme V :

$$V_1 = V - \frac{\rho_{\text{led}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} V = \left(1 - \frac{\rho_{\text{led}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}\right) V = \left(1 - \frac{900}{1000}\right) \cdot V$$

↓ zkrátíme

$$V_1 = \underbrace{\left(1 - \frac{9}{10}\right)}_{\frac{1}{10}} V = \underline{\underline{\frac{1}{10} V}}$$

Př.2. Čtverá kostka o hraně 10 cm a hustotou 2,5 kg je zcela ponořena do nádoby s vodou.

- a) jak velkou vzhledovou tílu na ni H₂O působí?
- b) jak velkou tlakovou tílu působí kostka na dno nádoby?

$a = 10 \text{ cm}$
 $m = 2,5 \text{ kg}$

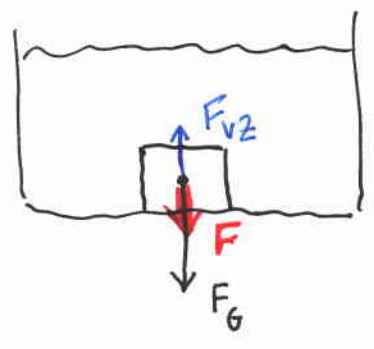
$V = a^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$

a) $F_{vz} = ? \text{ (N)}$

a) $F_{vz} = V \rho_k g = 0,001 \cdot 1000 \cdot 10 \text{ N}$

b) $F = ? \text{ (N)}$

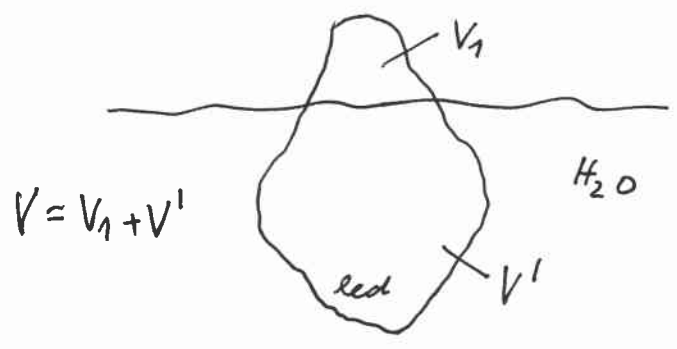
$F_{vz} = 10 \text{ N}$



b) $F = F_G - F_{vz} = mg - F_{vz} =$

$= 2,5 \cdot 10 - 10 \text{ N} = 25 - 10 \text{ N} = \underline{\underline{15 \text{ N}}}$

Př.3. Hustota mořské vody je 1030 kg/m³, hustota ledu 915 kg/m³. Kolik % objemu ledovce vyčnívá nad hladinu moře?



$V = V_1 + V'$

- postup obdobný jako v Př.1.

$F_{vz} = F_G$

$\rho_k = 1030 \text{ kg/m}^3$

$V' \rho_k g = mg = V \rho_l g$

$\rho_l = 915 \text{ kg/m}^3$

$V' = \frac{V \rho_l}{\rho_k} \quad V - V_1 = V \frac{\rho_l}{\rho_k}$

$\frac{V_1}{V} = ? \text{ (%)}$

$V_1 = V \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_k}\right) = V \left(1 - \frac{915}{1030}\right)$

$\frac{V_1}{V} = \left(1 - \frac{915}{1030}\right) \doteq 0,11 = \underline{\underline{11\%}}$

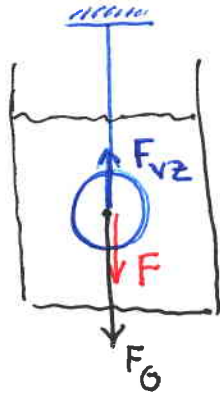
Pr. 4.

Koule o hmotnosti $m = 6 \text{ kg}$ je ponořena do vody a napíná lano silou $F = 54,7 \text{ N}$. Z jakého materiálu je koule?

3)

$$m = 6 \text{ kg}$$
$$F = 54,7 \text{ N}$$

$$\rho_t = ? \text{ (kg/m}^3\text{)}$$



$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$F = F_G - F_{vz}$$

$$F = m \cdot g - V \rho_k \cdot g$$

$$F = \rho_t \cdot V \cdot g - V \rho_k \cdot g$$

$$V = \frac{m}{\rho_t}$$

$$F = \rho_t \cdot \frac{m}{\rho_t} \cdot g - \frac{m}{\rho_t} \cdot \rho_k \cdot g$$

$$\frac{m \rho_k g}{\rho_t} = mg - F$$

$$\rho_t = \frac{m \rho_k g}{mg - F} = \frac{6 \cdot 1000 \cdot 10}{6 \cdot 10 - 54,7} \text{ kg/m}^3 \doteq \underline{\underline{11\,300 \text{ kg/m}^3}}$$

- a MFCHT máme, že se jedná o olovo

Pr. 1.

Zabradnicelá hadice s vnitřním průřezem a obsahem $S_1 = 5 \text{ cm}^2$ je na konci opatřena koncovkou s otvorem o obsahu $S_2 = 1 \text{ cm}^2$. Koncovka je ve výšce $h = 80 \text{ cm}$ na rovinou ráhnu a kryšhá ž ní vodorovným směrem voda do vzdálenosti $d = 2 \text{ m}$.

Jaž velkou rychlostí v_1 teče voda v hadici?

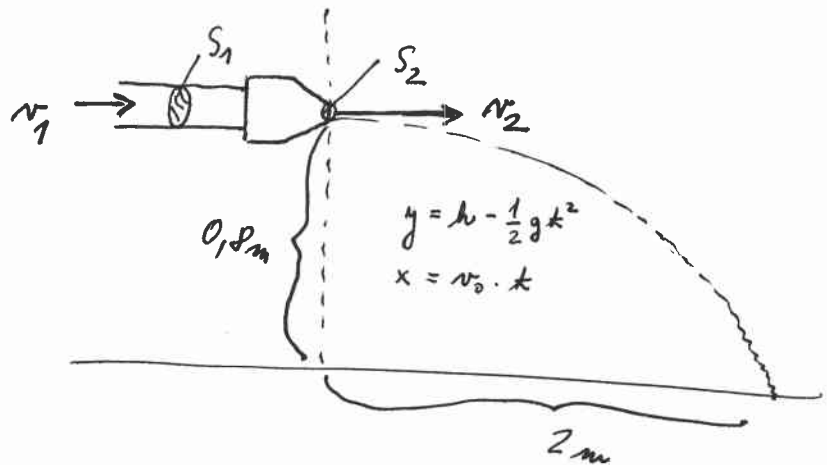
$$S_1 = 5 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$h = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$d = 2 \text{ m}$$

$$v_1 = ? \text{ (m/s)}$$



- k řešení úlohy použijeme 2 rovnice

a) rovnici spojitosti $S_1 v_1 = S_2 v_2$

b) vztahy pro vodorovný vrh

$$d = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

kde $v_0 = v_2$ v našem případě

- vypočítáme tedy nejprve z b) rychlost v_2
a pak z a) v_1

$$v_0 = v_2 = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0,8}} = 2 \cdot 2,5 = \underline{5 \text{ m/s}}$$

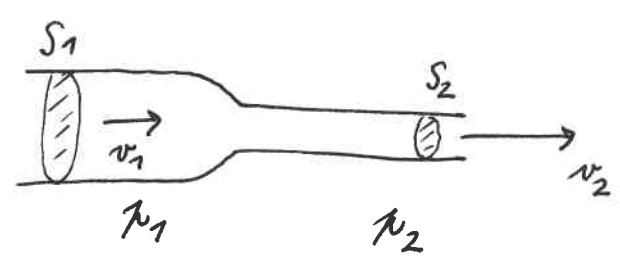
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{S_2}{S_1} \cdot v_2 = \frac{1}{5} \cdot 5 \text{ m/s} = \underline{\underline{1 \text{ m/s}}}$$

Pr. 2. Jak měnou rychlosti proudí voda vodorovnou trubicí s průřezem 15 cm^2 , jestliže v užším místě s průřezem 5 cm^2 je tlak o 500 Pa menší?

$S_1 = 15 \text{ cm}^2$
 $S_2 = 5 \text{ cm}^2$
 $\Delta p = 500 \text{ Pa}$

 $v_1 = ? \text{ (m/s)}$



I. $S_1 v_1 = S_2 v_2$

II. $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

pro řešení použijeme tyto 2 rovnice

- neznáme více hodnoty p_1 a p_2 , ale víme, že $p_1 - p_2 = \Delta p = 500$

- z II. si vyjádříme v_1

$\frac{1}{2} \rho v_1^2 = \underbrace{p_2 - p_1}_{-\Delta p} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho}$ zjednodušíme

$v_1^2 = v_2^2 - \frac{2 \Delta p}{\rho}$

za v_2 dosadíme z I.

$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$

$v_1^2 = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 v_1^2 - \frac{2 \Delta p}{\rho}$

dosadíme za známé veličiny konkrétní hodnoty

$v_1^2 = \left(\frac{15}{5}\right)^2 v_1^2 - \frac{2 \cdot 500}{1000}$

$v_1^2 = 9 v_1^2 - 1$

~~$8 v_1^2 = 1$~~

$v_1^2 = \frac{1}{8}$

$v_1 = \frac{1}{\sqrt{8}} \text{ m/s} \doteq \underline{\underline{0,35 \text{ m/s}}}$

Pr. 3.

Vysadkaň o hmotnosti 80 kg seskočí
padákem tvaru polokoule v průměru 10 m.

6)

na jaké hodnotě se ustálí rychlost pádu,
je-li hustota vzduchu $1,3 \text{ kg/m}^3$ a součinitel odporu 1,33?

$$m = 80 \text{ kg}$$

$$d = 10 \text{ m}$$

$$\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$$

$$C_x = 1,33$$

- odporová síla protidíčí je
po nastolení rovnováhy
stejná jako tíhová síla

$$v = ? \text{ (ms}^{-1}\text{)}$$

$$F_x = F_G$$

$$F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$\frac{1}{2} C_x \rho S v^2 = m g$$

$$C_x \rho S v^2 = 2 m g$$

$$v^2 = \frac{2 m g}{C_x \rho S}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 m g}{C_x \rho S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 10}{1,33 \cdot 1,3 \cdot 4,86}} \text{ m/s}$$

$$v = \underline{\underline{3,4 \text{ ms}^{-1}}}$$

vyjádříme v a
dosadíme se
nadmí měřičky

S ... plocha kulového
průřezu

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$S = 3,14 \cdot 5^2 \text{ m}^2$$

$$S = 3,14 \cdot 25 \text{ m}^2 = 4,86 \text{ m}^2$$

Pr. 4. Vodorovným potrubím o priemeru 4 cm
 proudí voda rýchlosťou $1,25 \text{ ms}^{-1}$. Na konci
 potrubí vystrihne voda z trysky o priemeru 1 cm.
 Urči tlak vody v potrubí.

$$d_1 = 4 \text{ cm} \Rightarrow S_1 = \pi r_1^2 = \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = 3,14 \cdot 4 \text{ cm}^2$$

$$v_1 = 1,25 \text{ ms}^{-1}$$

$$d_2 = 1 \text{ cm} \Rightarrow S_2 = \pi r_2^2 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 3,14 \cdot \frac{1}{4} \text{ cm}^2$$

$$p_1 = ? \text{ (Pa)}$$

- vyjdeme späť na 2 rovnice

$$\text{I. } S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow \text{z ktorej rovnice určíme } v_2$$

$$\text{II. } p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow \text{odtud určíme}$$

p_1 a určíme si, ak mimo trysky tlak vody není $\Rightarrow p_2 = 0 \text{ Pa}$

$$a) S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 1,25}{3,14 \cdot \frac{1}{4}} \text{ ms}^{-1} = 16 \cdot 1,25 \text{ m/s} = \underline{\underline{20 \text{ m/s}}}$$

$$b) p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

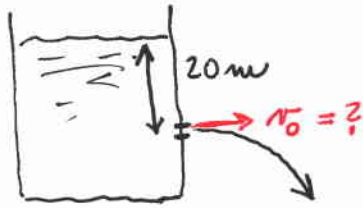
$$p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 (20^2 - 1,25^2) \text{ Pa}$$

$$\underline{\underline{p_1 = 200 \text{ kPa}}}$$

Pr. 5 Jak velká je výtahová rychlost vody proudící
vypočetním otvorem přehrady, který je 20 m
pod volnou hladinou?

$$h = 20 \text{ m}$$

$$v_0 = ? \text{ (m/s)}$$



- řešení fyzik
ne z. z. mechanik
energie

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = h \rho g \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} \text{ m/s} = \underline{\underline{20 \text{ m/s}}}$$

Pr. 6. Automobil překonává odporovou sílu vzduchu
při stálé rychlosti 90 km/h. Obsah čelní plochy
auta, která je kolmá na směr rychlosti,
je 4 m². $C_x = 0,55$. má výhon motoru.

$$v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}^{-1}$$

$$S = 4 \text{ m}^2 \quad \rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$$

$$C_x = 0,55 \quad (\text{vzduch})$$

$$P = ? \text{ (W)}$$

- při pohybu tělesa
síla motoru překonává
odpor. sílu vzduchu

$$\Rightarrow F = F_x$$

- pro výkon platí

$$P = F \cdot v$$

- vypočítáme nejprve
odporovou sílu proudící

$$F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,55 \cdot 1,3 \cdot 4 \cdot 25^2 = 893,75 \text{ N} \approx 894 \text{ N}$$

$$P = 894 \cdot 25 \text{ W} = \underline{\underline{22\,350 \text{ W} \approx 22,4 \text{ kW}}}$$