

Maturitní okruhy z matematiky

Základní poznatky z matematiky

Číselné obory. Operace s čísly přirozenými, celými a racionálními. Iracionální čísla. Druhá a třetí odmocnina a jednoduché výpočty s nimi. Číselná osa. Intuitivní pojem reálného čísla. Absolutní hodnota reálného čísla. Pravoúhlý trojúhelník, Pythagorova věta. Goniometrické funkce ostrého úhlu. Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem.

Množina, prvek množiny, podmnožina, rovnost množin, doplněk množiny, sjednocení a průnik množin. Intervaly. Zobrazení, prosté zobrazení. Proměnná, výraz. Mnohočleny a operace s nimi. Úpravy výrazů vytýkáním podle vzorců: $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a \pm b)^3$, $a^3 - b^3$.

Lomené algebraické výrazy. Operace s lomenými výrazy. Složený lomený výraz. Vyjádření neznámé ze vzorce.

Lineární a kvadratické rovnice a nerovnice a jejich soustavy

Řešení lineárních rovnic a nerovnic s jednou neznámou. Soustavy lineárních rovnic s jednou neznámou. Lineární rovnice s absolutní hodnotou. Řešení rovnic a nerovnic v součtovém a podílovém tvaru. Soustavy lineárních rovnic se dvěma a třemi neznámými. Řešení kvadratické rovnice. Rozklad kvadratického trojčlenu. Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice. Řešení rovnic s neznámou pod odmocninou.

Řešení lineárních a kvadratických rovnic s parametrem. Soustavy lineárních rovnic a jejich řešení s využitím determinantů. Kvadratické nerovnice, geometrická interpretace, využití grafu kvadratické funkce. Řešení rovnic s neznámou ve jmenovateli.

Základy planimetrie, trigonometrie a stereometrie

Přímka a její části. Vzájemná poloha přímek. Polorovina. Úhel. Dvojice úhlů. Trojúhelník. Rovnoběžník. Lichoběžník, čtyřúhelník. Mnohoúhelník, pravidelný mnohoúhelník. Kružnice a kruh. Středový a obvodový úhel. Vzájemná poloha přímky a kružnice. Euklidovy věty. Pythagorova věta a jejich užití. Množiny bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice, oblouk ze kterého je úsečka vidět pod určitým úhlem).

Oblouková míra. Orientovaný úhel. Funkce sinus, kosinu, tangens, kotangens. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi. Goniometrické vzorce. Úpravy goniometrických výrazů. Goniometrické rovnice. Sinová a kosinová věta a jejich užití.

Polohové vlastnosti přímek a rovnic v prostoru: vzájemná poloha dvou přímek, přímky a roviny, dvou a tří rovin. Rovnoběžnost přímek a rovin - definice, vlastnosti, kritéria. Volné rovnoběžné promítání. Rovinné řezy hranolu a jehlanu.

Metrické vztahy v prostoru. Kolmost přímek a rovin - definice, vlastnosti, kritéria. Vzdálenosti a odchylky. Objemy a povrchy těles (krychle, kvádr, hranol, válec, jehlan, čtyřstěn, kužel, komolý jehlan a kužel, koule).

Maturitní okruhy z matematiky

Funkce

Pojem funkce. Definiční obor a obor hodnot funkce. Graf funkce, funkce monotónní, funkce prostá, funkce sudá a lichá, funkce periodická. Extrémy funkce. Konstantní funkce, lineární funkce, kvadratická funkce a její užití zejména při řešení kvadratických rovnic a nerovnic. Polynomická funkce, racionální funkce.

Lineárně lomená funkce. Funkce s absolutní hodnotou. Složená funkce. Inverzní funkce. Mocninná funkce. Mocniny s racionálním exponentem, odmocniny. Mocniny s reálným exponentem.

Exponenciální funkce, logaritmická funkce. Logaritmus. Logaritmus součinu, podílu a mocniny. Logaritmy o různých základech, přirozený logaritmus.

Exponenciální rovnice, logaritmická rovnice.

Komplexní čísla

Množina komplexních čísel. Gaussova rovina. Algebraický tvar komplexního čísla. Operace s komplexními čísly. Goniometrický tvar komplexního čísla. Moivreova věta a její užití. Binomická věta a její užití. Řešení lineární a kvadratické rovnice v oboru komplexních čísel. Binomická rovnice.

Posloupnosti a řady

Posloupnost. Určení posloupnosti vzorcem pro n -tý člen a rekurentně. Posloupnost monotónní, posloupnost omezená. Aritmetická posloupnost, geometrická posloupnost. Užití aritmetické a geometrické posloupnosti. Limita posloupnosti. Věty o limitách. Posloupnost konvergentní, posloupnost divergentní. Nekonečná geometrická řada.

Maticový počet

Matice, operace s maticemi. Determinant, metody výpočtu. Inverzní matice, metody výpočtu. Aplikace matic v tabulkovém procesoru či matematickém editoru. Řešení soustav n lineárních rovnic o n neznámých. ($n = 2,3,4$)

Analytická geometrie

Vektor. Souřadnice vektoru. Velikost vektoru. Sčítání vektorů, násobení vektoru reálným číslem. Skalární součin vektorů, úhel dvou vektorů, kolmost vektorů. Vektorový a smíšený součin a jejich aplikace (obsah trojúhelníku, objem rovnoběžnostěny). Parametrické rovnice přímky, vzájemná poloha přímek daných PV.

Obecná rovnice přímky. Směrnicový tvar rovnice přímky. Vzájemná poloha bodů a přímek. Vzdálenost bodu od přímky. Odchylka dvou přímek. Kolmost přímek. Parametrická rovnice přímky a roviny v prostoru. Obecná rovnice roviny. Vzdálenost bodu od roviny. Odchylka přímky od roviny, odchylka dvou rovin, vzájemná poloha přímky a roviny, vzájemná poloha dvou rovin. Definice, základní vlastnosti a konstrukce kružnice, elipsy, hyperboly a paraboly. Rovnice kružnice, elipsy, hyperboly a paraboly ve středovém tvaru. Vzájemná poloha přímky a kuželosečky. Tečna kuželosečky a její rovnice.

Maturitní okruhy z matematiky

Základy diferenciálního počtu

Elementární funkce, jejich vlastnosti a grafy. Okolí bodu, spojitost funkce v bodě a na intervalu, věta Weierstrassova, věta Bolzano-Weierstrassova. Limita funkce v bodě. Limita funkce v nevlastním bodě. Jednostranné limity funkce v bodě. Nevlastní limity funkce v bodě. Věty o limitách. Užití limity funkce (asymptota se směrnicí a bez směrnice, tečna grafu funkce)

Derivace funkce, její geometrický a fyzikální význam. Derivace součtu, součinu a podílu funkcí. Derivace elementárních funkcí. Derivace složené funkce. L'Hospitalovo pravidlo a jeho využití. Druhá derivace funkce. Monotonnost funkce, extrémů funkcí. Konvexnost a konkávnost funkce. Průběh funkce. Užití diferenciálního počtu v praxi (tečna grafu, obvody a obsahy rovinných útvarů, objemy a povrchy těles)

Základy integrálního počtu

Pojem primitivní funkce a neurčitý integrál. Integrace elementárních funkcí. Integrační metody – per partes, substituční. Aplikace integrálního počtu – výpočet obsahu plochy pod křivkou.

Řešení úloh

1. Úprava výrazů, rozklad polynomů na součin (vytknutím před závorku, podle vzorců), dělení polynomů, lomené výrazy, definiční obory výrazů.
2. Odstranění odmocniny ze jmenovatele, počítání s odmocninami, zápis odmocniny v mocninném tvaru, mocniny s racionálním exponentem – úpravy výrazů.
3. Řešení lineární rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou. Rovnice a nerovnice v součtovém tvaru [např. $(x-2)(x+5) > 0$].
4. Soustava 2, 3 nebo 4 lineárních rovnic o 2,3,4 neznámých řešená metodou sčítací, dosazovací, pomocí determinantů.
5. Řešení kvadratické rovnice. Rozklad kvadratického trojčlenu na součin. Řešení kvadratické nerovnice – klasicky (rozkladem na součin), pomocí grafu kvadratické funkce.
6. Řešení rovnic s neznámou ve jmenovateli, pod odmocninou (iracionální rce), s absolutní hodnotou (umocněním).
7. Řešení lineární a kvadratické rovnice s parametrem, diskuse parametrů a diskriminantu.
8. Řešení úloh z trigonometrie – použití věty Pythagorovy, Euklidovy, sinové, kosinové, sestrojení úsečky o velikosti $x = \sqrt{y}$, vztahy pro výpočet obsahu trojúhelníka, poloměr kružnice opsané. Obsahy 4-úhelníků, kruhu, délka kružnice.
9. Konstrukce trojúhelníku z libovolných tří zadaných hodnot. (např. AB, t_c , t_a)
10. Výpočet odchylky přímek, odchylky přímky a roviny, odchylky dvou rovin u zadaného tělesa (kvádr, jehlan), vzdálenosti bodu od roviny. Řezy krychle a jehlanu. Výpočet objemu a povrchu těles.
11. Určení definičního oboru funkce.
12. Graf funkce – lineární, s absolutní hodnotou, kvadratické, lineárně lomené, exponenciální, logaritmické. Významné body grafu, určení průsečíku s osami souřadnic.
13. Řešení rovnice goniometrické, exponenciální, logaritmické.

Maturitní okruhy z matematiky

14. Převod algebraického tvaru $KČ$ na goniometrický a naopak. Určení mocniny $KČ$ pomocí Moivreovy věty nebo pomocí binomické věty. Kombinační rovnice. Řešení binomické rovnice, geometrický význam. Řešení lineární a kvadratické rovnice o jedné neznámé v oboru C .
15. Řešení úloh na aritmetické a geometrické posloupnosti (určení n -tého členu, difference, kvocientu, součtové vzorce atd. Řešení rovnic s nekonečnou geometrickou řadou, podmínky konvergence.
16. Násobení matic, výpočet determinantu 3. a 4. řádu (Sarrusovo pravidlo, rozvoj podle n -tého řádku či sloupce), výpočet inverzní matice.
17. V rovině: Výpočet - velikosti úsečky a vektoru, souřadnic středu úsečky, skalárního a vektorového součinu vektorů (i aplikace – obsah trojúhelníku, objem rovnoběžníku), lineární závislosti vektorů (lineární kombinace). Vypočítat úhel vektorů, podmínka kolmosti a rovnoběžnosti. Převod parametrického vyjádření přímky na obecnou rovnici a směrnice tvar, určení přímky kolmé k dané přímce (parametricky, ze směrnice). Polohové a metrické úlohy (vzdálenost bodu od přímky, řešení trojúhelníku – rce tečen výšek atd., průsečíky přímek).
18. V prostoru: Přejchod z PV roviny k obecné rovnici roviny. Určení přímka kolmé k rovině daným bodem, zjištění zda určitý bod leží v rovině, napsat OR roviny danou třemi body, zjištění vzájemné polohy dvou přímek, nalezení průsečíku, určení vzájemné polohy přímky a roviny, odchylky dvou rovin, odchylky přímky a roviny, vzdálenosti bodu od roviny, vzdálenosti bodu od přímky.
19. Ze zadaných hodnot napsat středové tvary rovnice kružnice, elipsy, paraboly, hyperboly. Převod obecných rovnic kuželoseček na středový tvar doplněním na čtverec. Napsat rovnice tečen ke kuželosečkách a úlohy s tím související.
20. Vypočítat limitu funkce – vlastní, nevlastní, jednostranné. Použití L'Hospitalova pravidla. Významné limity. Výpočet asymptoty se směrnici a bez směrnice, určení tečny ke grafu funkce.
21. Vypočítat derivaci libovolné funkce (elementární, složené, součinu, podílu, součtu). Určit extrémy funkce, intervaly monotónnosti, konvexnost a konkávnost. Načrtnout průběh funkce s využitím limit, první a druhé derivace. Určení směrnice tečny ke grafu funkce. Obvody a povrchy rovinných útvarů, objemy a povrch těles. Úlohy z praxe.
22. Výpočet určitého i neurčitého integrálu, integrály elementárních funkcí, řešení integrálů metodami per-partes a metodou substituční. Aplikace integrálního počtu – obsah plochy pod křivkou, obsah plochy mezi dvěma křivkami.